

$E = Mc^2$: L'énergie du Soleil



$$E = mc^2$$

$$E = Mc^2$$

Dans cette expression très connue, qui est valable localement, on conçoit bien que l'énergie E de la matière soit proportionnelle à sa masse M , mais ce qui peut surprendre c'est la présence de la vitesse de la lumière et, de plus, au carré!

Connaissant la valeur très élevée de la vitesse de la lumière, cela montre que l'énergie, qui est une énergie potentielle, de la matière est énorme ce dont on ne se doutait pas avant le 20^{ième} siècle.

Même si cette équation avait été pressentie par certains, au tournant du 20^{ième} siècle, elle sera établie (assez laborieusement) par Einstein dans le cadre la relativité restreinte, dont elle est une conséquence.

$$E = Mc^2$$



Peu, après la publication de son article fondateur en 1905 sur la relativité restreinte que peu de personnes avaient compris, dans la même année, Einstein publie un deuxième article où il présente cette équation et en donne une démonstration contestée par certains. Voir références pour ces articles.

Il en donnera plusieurs autres. Nous présenterons une démonstration de Yves (1952), voir références, qui n'est pas d'Einstein, mais qui est plus simple.

$$E = Mc^2$$

Cette démonstration montrera que la présence du terme en c^2 (vitesse de la lumière au carré) est bien une conséquence de la théorie de la relativité restreinte, en particulier de son principe fondamental qui est que toutes les lois de la physique doivent être les mêmes dans tous les référentiels inertiels, aussi appelés référentiels galiléens, en hommage à Galilée.

Mais, pour cela, il faut commencer par considérer les grandeurs qui figurent dans l'équation car, si nous avons une idée intuitive de ce qu'est la masse et l'énergie, quand on regarde de plus près, on constate que cela n'est pas aussi simple qu'il y paraît.

Qu'est-ce que la masse?

Ce concept qui nous semble familier n'est pas si simple qu'il y paraît.

En effet la masse se décline en trois versions

La masse gravitationnelle

La masse gravitationnelle se décline en 2 catégories:

1 - La masse gravitationnelle passive

Communément appelée **masse pesante**, terme que adopterons, nous la considérerons brièvement, bien qu'elle n'intervienne pas dans l'élaboration de l'équation $E = Mc^2$, car elle a joué un rôle dans notre appréciation du concept de masse.

2 - La masse gravitationnelle active

qui est celle qui génère le champ de gravitation. C'est à cette masse active de la Terre par exemple que la masse pesante d'un objet se couple pour générer son poids.

La masse pesante

Cette propriété se manifeste de manière évidente par le « poids » des objets matériels : Sur Terre, pour soulever un objet matériel posé au sol il faut faire un effort d'autant plus grand que la quantité de matière (d'une même sorte) est importante.

L'effort est proportionnel à la quantité de cette matière qui peut être évaluée par son volume.

Mais ce poids, pour un volume de matière donné, dépend de la matière. Ainsi le bois, le fer, le plomb etc., ont manifestement des masses pesantes (poids) différentes pour un même volume.

Cette masse est donc une propriété de la matière puisqu'elle en dépend.

La masse inerte

De manière plus subtile, un autre caractère correspondant à une phénoménologie différente existe : C'est la « résistance » des corps matériels au changement de leur vitesse par rapport à un repère donné. La mise en mouvement d'un chariot sur roues par exemple.

Ainsi sur Terre, sur une surface lisse horizontale, pour mettre en mouvement une sphère massive par exemple, il faut appliquer un effort et ceci de manière d'autant plus prolongée qu'on veut lui communiquer une vitesse de plus en plus élevée.

Si la sphère, de même matière, est deux fois plus volumineuse il faudra appliquer une force double pour arriver au même résultat. Là encore l'effort est proportionnel à la quantité de matière d'une nature donnée.

La masse inerte

Cette propriété de la masse qui s'oppose au changement s'appelle l'inertie de la masse et on l'appellera « **masse inerte** (ou inertielle) ». **Dans l'équation $E = Mc^2$, M est la masse inerte.**

Le corps mis en mouvement conserve sa vitesse lorsque l'effort appliqué cesse (en négligeant les frottements).

Le mouvement à vitesse constante par rapport au support est qualifié d'inertiel. Le concept d'inertie est un concept fondamental en mécanique classique et en relativité.

Une propriété essentielle d'un repère inertiel c'est qu'il est un repère où aucune contrainte ne s'applique sur les corps étendus qui y sont attachés (chute libre).

Le principe d'équivalence

Le concept de masse pesante et le concept de masse inerte qui paraissent différents sont étroitement liés par ce qu'on appelle le principe d'équivalence dont la constatation expérimentale est attribuée à Galilée.

Du Haut de la Tour (penchée) de Pise, deux corps de masse différentes lâchés en même temps touchent le sol en même temps.

La masse pesante qui correspond à une force d'attraction qui conférerait une accélération d'autant plus grande que la masse est grande est compensée par la masse inerte dont la résistance au changement (l'accélération) est d'autant plus forte que la masse inerte est forte.



Le principe d'équivalence

Le fait que le mouvement ne dépende pas de la masse de l'objet (si on néglige les frottements) montre que ces deux masses sont égales. C'est le principe d'équivalence de Galilée (pour la gravitation), qu'Einstein a étendu à la relativité générale.

Un objet matériel possède simultanément les 3 attributs de masse: Il a une masse inerte, une masse passive et une masse active.

Comme l'effet de la masse active est très faible, il faut des masses considérables pour que l'effet soit sensible, elle est souvent négligée. Nous ne la considérerons pas ici.

Ajoutons qu'en mécanique classique la masse passive d'un corps ne se couple pas avec sa propre masse active contrairement à la relativité générale.

Le principe de Mach

Le principe d'équivalence va donner lieu à une interprétation « gravitationnelle » de la masse inerte par Mach : La masse inerte d'un corps résulte de l'interaction de ladite masse avec toutes les masses de l'univers .

Ceci est corroboré expérimentalement par la phénoménologie d'équipements inertiels, comme le pendule, le gyroscope, qui ne semblent pas (ou très peu) dépendre des masses proches mais bien de l'univers entier.

Ainsi un pendule sur Terre lancé dans une direction va la conserver nonobstant le mouvement de rotation de la Terre et l'influence du Soleil et de la galaxie.

Masse inertielle d'impulsion

Ceci pose le problème de l'inertie, d'un corps isolé ou dans une théorie qui ne traite pas la gravitation qui, d'après ce principe, devrait être nulle.

En mécanique classique, rappelons qu'on définit la masse inerte m d'un corps par la loi de Newton $f = m.\gamma$, où f est la force et γ l'accélération du corps de masse m qui est la masse inerte.

On peut aussi définir la masse inerte par la conservation de l'impulsion, lors d'un choc élastique ($\mathbf{m}_1\mathbf{v}_1 + \mathbf{m}_2\mathbf{v}_2 = \mathbf{m}_1\mathbf{v}'_1 + \mathbf{m}_2\mathbf{v}'_2$) où $\mathbf{m}_1$ est la masse de l'objet 1 de vitesse $\mathbf{v}_1$ avant le choc et $\mathbf{v}'_1$ après et $\mathbf{m}_2$ la masse de l'objet 2 de vitesse $\mathbf{v}_2$ avant le choc et $\mathbf{v}'_2$ après. Cette relation montre que le rapport des variations de vitesses $(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}'_1)$ et $(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}'_2)$ est inversement proportionnelle aux masses $\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2$, ce qui permet à partir d'une masse de référence de définir les autres.

Relativité et inertie

Cette définition a une portée plus générale (en particulier utilisable en relativité restreinte, pour la collision des particules). La relativité générale est une théorie de l'inertie puisque son principe fondateur, le principe d'équivalence, est un principe d'inertie.

La représentation géométrique de la théorie ne fait que mettre en œuvre de manière très élégante et simple ce principe : Les géodésiques de cette géométrie représentant l'espace-temps sont les lignes du mouvement des corps.

En effet, en relativité générale qui ne considère que l'interaction gravitationnelle (à l'exclusion des autres), la matière- énergie ne peut avoir qu'un mouvement géodésique. L'univers décrit par la relativité générale est un univers inertiel, par construction

Qu'est-ce l'énergie?

**Ce concept qui nous paraît familier est en fait la
manifestation physique du temps**

L'énergie

L'énergie est un élément vital dont nous avons une idée assez extérieure, par la consommation qu'on en fait qui résulte d'un transfert d'une source disposant d'une énergie potentielle, vers une destination, de la centrale électrique vers l'aspirateur, via le réseau électrique et la prise de courant domestique, par exemple.

On distingue, en général, l'énergie potentielle et l'énergie cinétique.

L'énergie en relativité est : $E = m.K_\mu dx^\mu/d\tau$, avec K^μ , vecteur de Killing temps. En relativité restreinte on a $E = m. dt/d\tau$ (voir A-2)

En mécanique quantique, l'équation de Schrödinger se déduit du Hamiltonien classique en substituant, à l'énergie E l'opérateur $i\hbar\partial/\partial t$ et à la quantité de mouvement p_j l'opérateur $(\hbar/i) \partial/\partial x_j$, ces opérateurs agissant sur la fonction d'onde ψ , (voir A-3).

L'énergie

Les équations, de la relativité et de la mécanique quantique l'associent au temps.

La signification de cela est que, sans transfert d'énergie, le temps physique n'existe pas. Ce transfert d'énergie intervient, entre autres, dans notre métabolisme, le temps qui passe que nous percevons n'est possible que parce que de l'énergie dans notre corps est consommée.

L'énergie

Cet exemple montre que nous avons besoin d'un minimum d'énergie pour survivre, fournie par nos aliments (le carburant) et aussi l'oxygène de l'air (le comburant) pour une partie.

Le débat public, aujourd'hui, est sur notre consommation globale qui va bien au-delà. La conscience que le progrès entraîne, si on n'y prend pas garde, une boulimie d'énergie n'est pas nouvelle.

Pour certains la seule prédiction fiable pour l'avenir qu'on pouvait faire, c'était que l'énergie consommée augmente avec le progrès.

Nous avons largement utilisé l'énergie fossile avec les inconvénients qu'on connaît. Cette énergie résulte de réactions chimiques (combustion par exemple) ayant des rendements énergétiques adaptée à nos besoins essentiels.

L'énergie

Nous verrons que la relation $E = Mc^2$, si elle ne fournit pas une solution totale à nos besoins en énergie, en repousse les limites puisque, pour une même quantité de matière, elle pourrait fournir jusqu'à un milliard de fois plus d'énergie pour une masse donnée!

Dans les énergies « renouvelables » on trouve l'énergie solaire soit sous forme électrique (photovoltaïque), soit sous forme thermique mais aussi l'énergie hydro-électrique, l'énergie éolienne, qui sont aussi des énergies solaires indirectes, car c'est le Soleil qui évapore l'eau qui va ensuite s'écouler et c'est lui qui crée, par des températures différentes en différentes régions du globe, les vents.

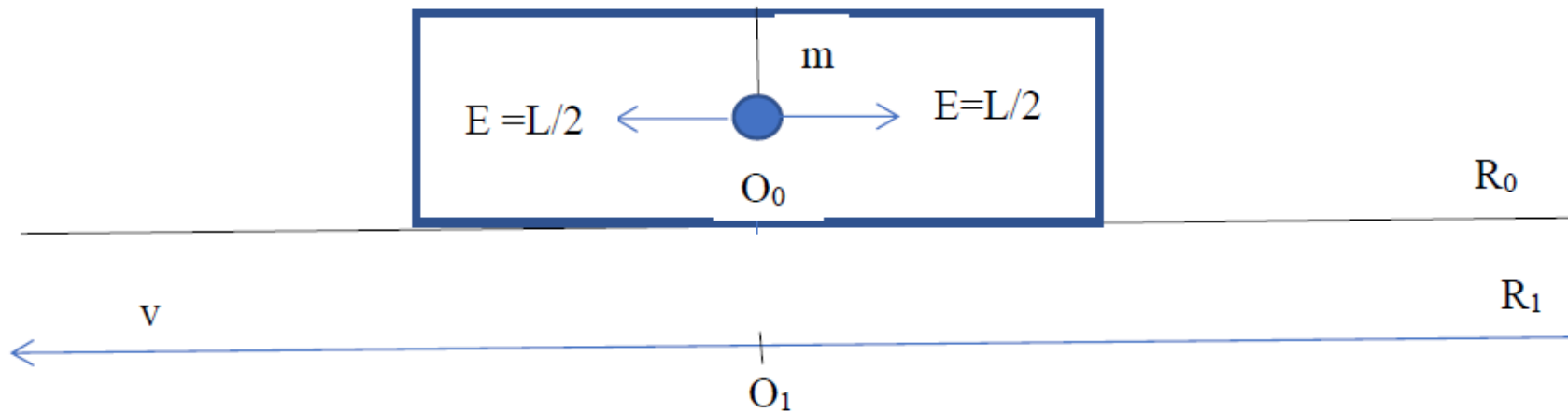
Elles ne sont pas renouvelables à l'infini, mais l'échelle de l'histoire du Sapiens, on a le temps de voir venir. Il est plus à craindre que d'autres menaces, humaines ou célestes n'abrègent cette échéance.

$E = Mc^2$: Une démonstration

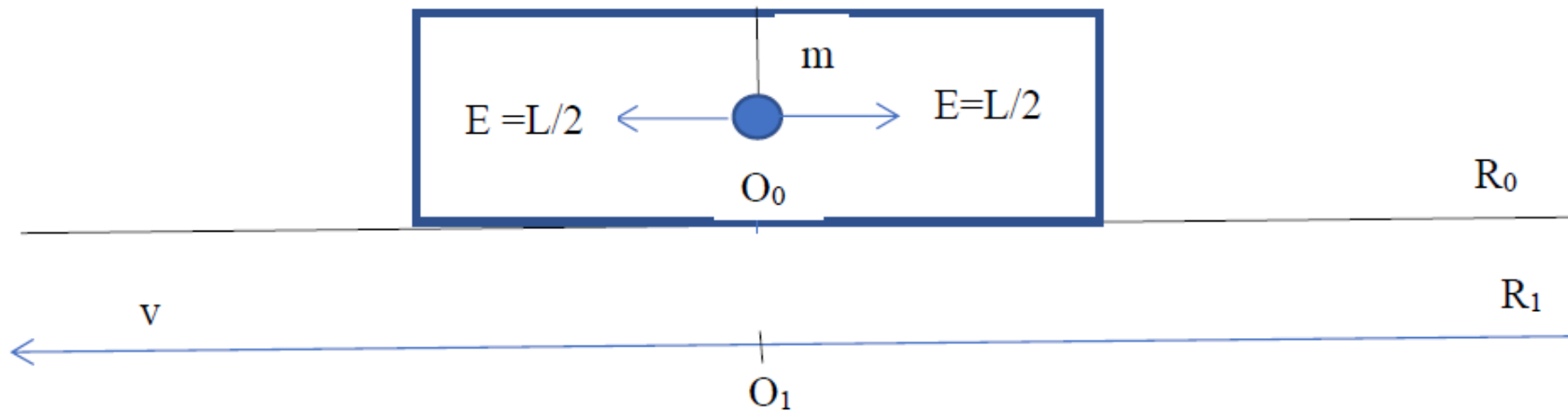
Plaçons-nous dans le contexte de la relativité restreinte et prenons comme exemple cette démonstration fondée sur une expérience de pensée, qui utilise le même principe que celle d'Einstein. (Yves-54)

Soit un corps de masse m suspendu dans une boîte par un fil non-conducteur. Soudain il émet deux impulsions lumineuses (photons) d'énergie $E = L/2$ dans deux directions opposées. Tout d'abord, considérons le point de vue d'un observateur O_0 situé dans le repère de référence R_0 , dans lequel la boîte se trouve au repos.

Rappelons qu'en relativité la masse m est un 4-scalaire invariant.



$E = Mc^2$: Une démonstration



La quantité de mouvement du faisceau émis vers la droite est $p = L/2c$, celle du faisceau émis vers la gauche est $-L/2c$. La relation entre l'énergie d'un rayonnement L et sa quantité de mouvement L/c a été définie par Maxwell (puis Poincaré).

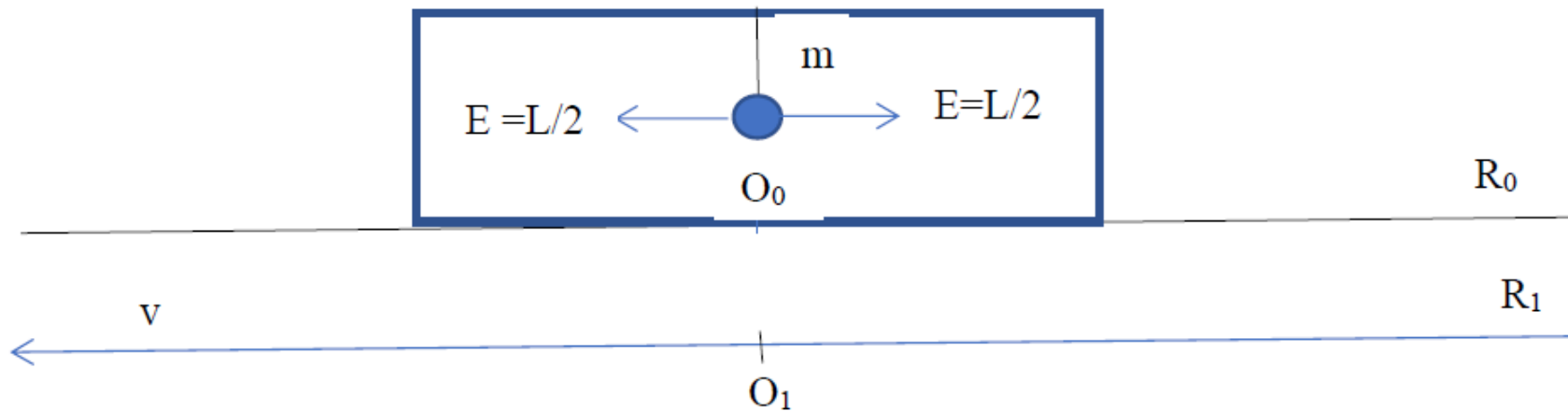
La conservation de la quantité de mouvement implique que le corps demeure au repos dans la boîte donc :

Dans R_0 , avant l'émission :

$$mv = 0,$$

car $v = 0$,

$E = Mc^2$: Une démonstration



Dans R_0 , après l'émission on a :

$$m'v + L/2c - L/2c = 0$$

car $v = 0$.

Où la masse du corps après l'émission des photons est notée m' .

L'idée, pour relier la masse à l'énergie, va être d'évaluer la perte de masse $m' - m = \Delta m$ de la masse m quand elle perd une énergie L .

$E = Mc^2$: Une démonstration

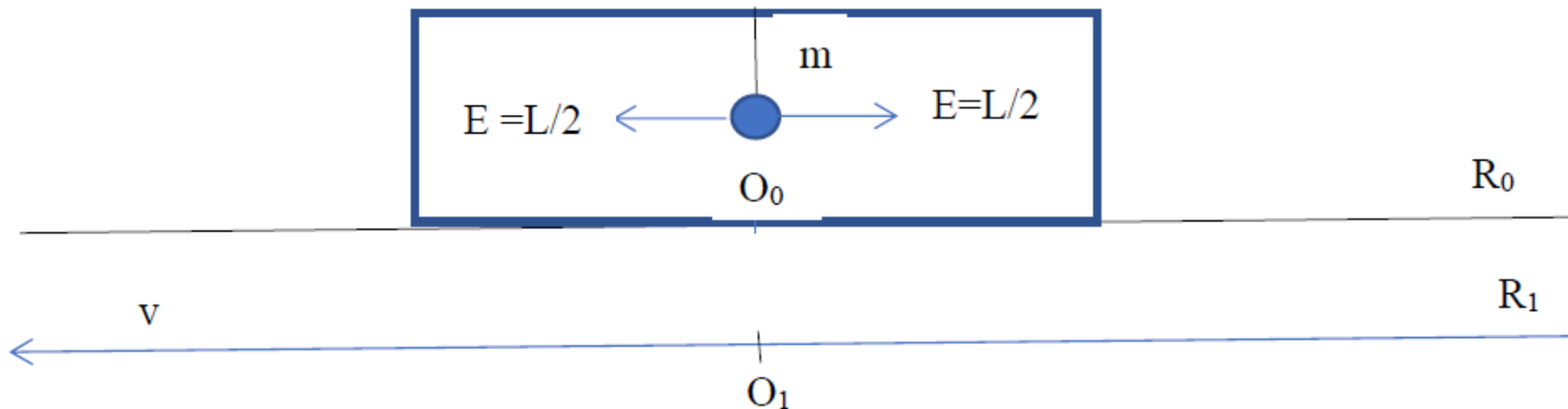
Les lois de la physique doivent avoir la même forme dans tous les repères inertiels !

Rappelons-nous alors que le **phénomène doit être conforme aux lois de la relativité restreinte** et, à ce titre, dans un 2nd temps, prenons le point de vue d'un observateur O_1 dans un repère R_1 se mouvant à la vitesse uniforme v , vers la gauche, par rapport à la boîte.

Nous allons utiliser une équation, donnée par Einstein en 1905 qui décrit la transformation relativiste de l'énergie E des rayons lumineux, qui s'écrit:

$$E' = E \left(\frac{1 - \cos(\theta) \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right)$$

$E = Mc^2$: Une démonstration



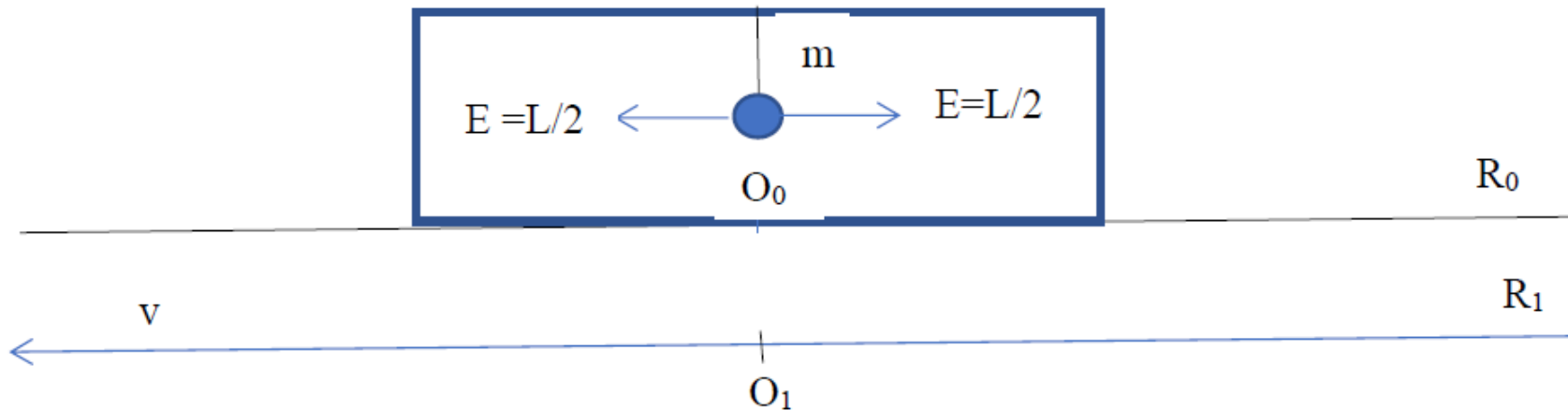
Dans le repère de l'observateur de R_1 , la conservation de la quantité de mouvement avant et après émission s'exprime par:

$$\underbrace{\frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}_{\text{quantité de mouvement du corps avant émission}} = \underbrace{\frac{m'v'}{\sqrt{1 - \frac{v'^2}{c^2}}}}_{\text{quantité de mouvement du corps après émission}} + \underbrace{\frac{L}{2c} \frac{1 - v/c \cos(\pi)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}_{\text{quantité de mouvement du train droit}} + \underbrace{\frac{-L}{2c} \frac{1 - v/c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}_{\text{quantité de mouvement du train gauche}}$$

L'équation ci-dessus s'appuie sur la transformation relativiste de l'énergie E des rayons lumineux, donnée par Einstein en 1905.

$E = Mc^2$: Une démonstration

Où E est l'énergie du rayon lumineux dans le référentiel inertiel R_0 où il est émis, E' l'énergie mesuré dans un référentiel R_1 animé d'une vitesse constante v par rapport à R_0 et faisant un angle de θ avec R_0 . Ceci se déduit simplement de l'effet Doppler relativiste, l'énergie d'un photon étant proportionnelle à sa fréquence.



Dans la figure ci-dessus, $\theta = \pi$, pour le train droit (direction du photon opposée à v) et $\theta = 0$ pour le train gauche (même direction que v).

E = Mc²: Une démonstration

$$\underbrace{\frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}}_{\text{quantité de mouvement du corps avant émission}} = \underbrace{\frac{m'v'}{\sqrt{1-\frac{v'^2}{c^2}}}}_{\text{quantité de mouvement du corps après émission}} + \underbrace{\frac{L}{2c} \frac{1-v/c \cos(\pi)}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}}_{\text{quantité de mouvement du train droit}} + \underbrace{\frac{-L}{2c} \frac{1-v/c}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}}_{\text{quantité de mouvement du train gauche}}$$

Comme l'émission symétrique des photons laisse la boîte immobile dans le repère R_0 , sa vitesse relative dans R_1 reste la même. Donc dans la formule ci-dessus $v' = v$, et comme $\cos(\pi) = -1$, on obtient

$$\frac{v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} (m - m') = \frac{L}{2c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \left(\left(1 - \frac{v}{c}(-1) \right) + \left(- \left(1 - \frac{v}{c} \right) \right) \right) \rightarrow$$

$$\frac{v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} (m - m') = \frac{L}{2c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \left(2\frac{v}{c} \right) \rightarrow \frac{v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} (m - m') = \frac{v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \frac{L}{c^2}$$

$E = Mc^2$: Une démonstration

En simplifiant, on obtient:

$$(m - m') = \Delta m = L/c^2$$

Comme l'énergie E libérée par l'émission des photons est égale à L , on déduit que l'énergie libérée par la variation de masse Δm vaut :

$$E = \Delta m c^2$$

CQFD. Nous constatons que c'est parce que le phénomène doit satisfaire les règles de la relativité restreinte (les lois de la physique sont les mêmes dans tous les référentiels inertiels) que le terme c^2 , s'introduit dans la formule.

Bien entendu ce résultat de relativité restreinte est aussi applicable, localement, en relativité générale.

E = Mc²: Une démonstration

Cette démonstration a l'intérêt de s'appuyer sur une expérience de pensée. Il y en a quelques unes de ce type, mais celle là est la plus simple et surtout la plus explicite.

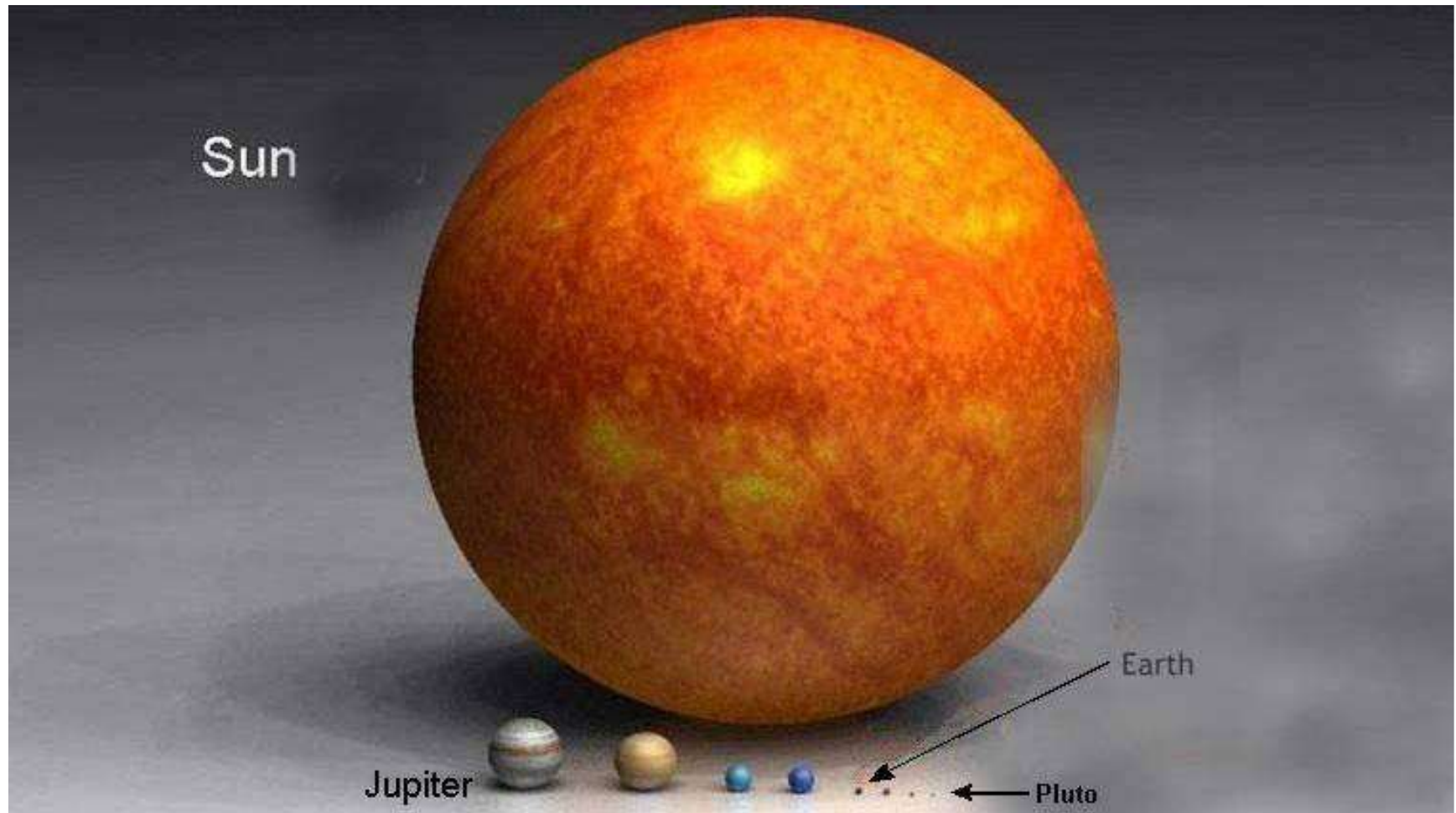
Bien entendu aujourd'hui on ne démontre pas cette formule dont la forme générale est:

$$E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$$

de cette manière, mais en quelques lignes, en utilisant le formalisme de la relativité, dans lequel cette relation est impliquée.

Cette démonstration est donnée en annexe A-2

Le Soleil est une étoile, comme celles qu'on voit la nuit, mais qui est beaucoup plus près de nous..



C'est une boule de gaz (hydrogène) dont le cœur est en fusion. Sa taille est gigantesque, son rayon vaut 100 fois celui de la Terre.

Le mystère de l'énergie du Soleil

Quelle est la puissance du Soleil lui-même ?

Combien de temps brillera-t-il, avant d'épuiser son carburant?

Quel carburant utilise t'il?

Depuis quand transmet-il son énergie ?

Au début du 19^{ième} siècle, on a naturellement envisagé le charbon, mais cela ne lui assurait que quelques milliers d'années.

Le premier à considérer sérieusement ces questions fut le grand physicien allemand **Hermann von Helmholtz**, qui soulignait en 1854 que **la seule gravité du soleil** pouvait lui assurer une importante quantité d'énergie.

Le mystère de l'énergie du Soleil

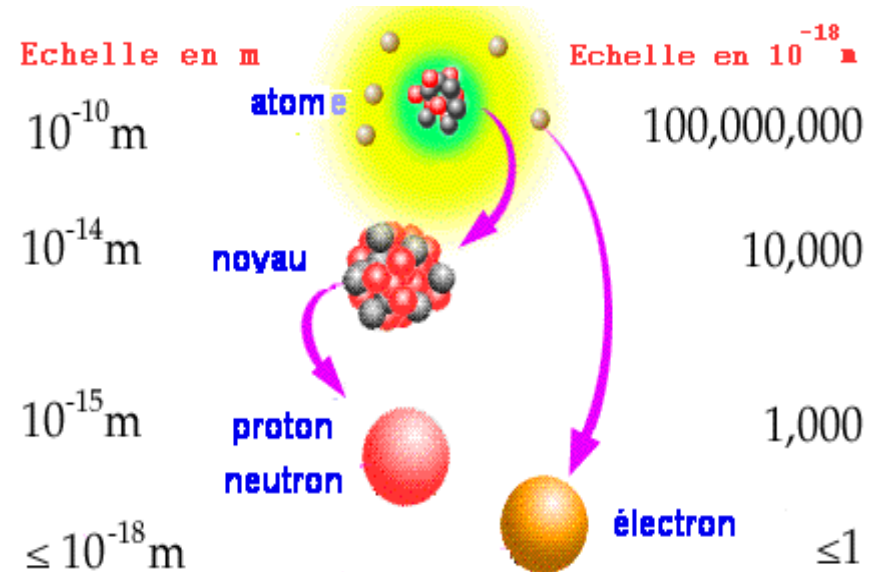
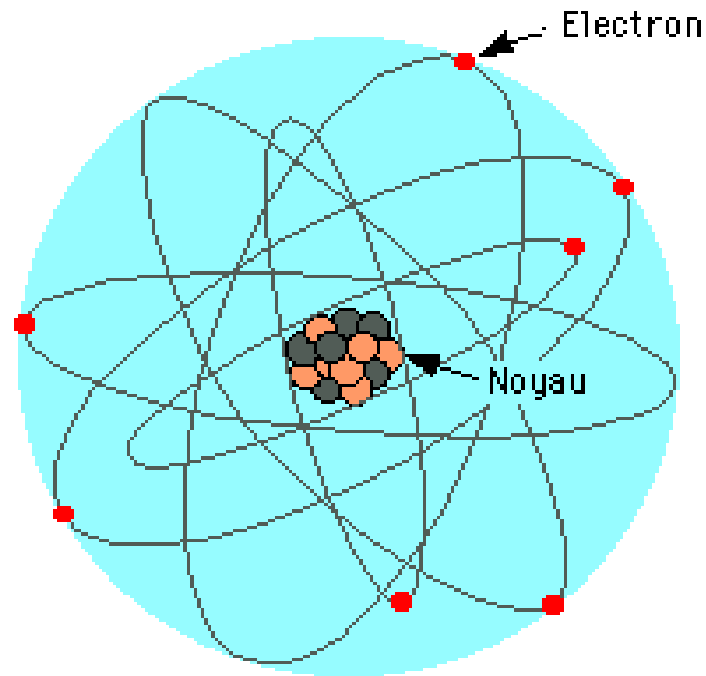
Si le Soleil se contracte parce que ses constituants se tassent peu à peu vers le centre, l'énergie libérée est suffisante pour qu'il rayonne longtemps : jusqu'à 20 millions d'années, calculait – il.

La radioactivité a ensuite été découverte :

Elle a permis d'estimer, que la Terre a plusieurs milliards d'années, un âge beaucoup plus grand que celui donné par Helmholtz, et que cette source d'énergie interne au noyau de l'atome, nouvellement découverte, pourrait correspondre aux besoins du Soleil.

On a d'abord envisagé la fission, mais plus tard, la composition chimique du Soleil a conduit à retenir la fusion.

Les atomes



Représentation schématique d'un atome avec son noyau et ses électrons, l'échelle n'est pas respectée, la taille de l'atome étant 100 000 fois plus grande que celle des nucléons.

Le noyau de l'atome

Protons et neutrons, appelés génériquement nucléons, forment un noyau atomique de dimension femtométrique, 10^{-15}m

Les protons étant chargés positivement, ils se repoussent au sein du noyau, mais l'intensité de cette répulsion électrostatique est inférieure à celle de l'attraction entre nucléons **induite** par l'interaction forte à des distances inférieures à 2,5 fm.

Les neutrons qui ne sont pas chargés, mais dont les quarks qui le composent sont sensibles à l'interaction forte, vont assurer la cohésion du noyau pour tous les atomes autres que l'hydrogène.

Soulignons que ce n'est pas directement l'interaction forte qui est à l'oeuvre car elle s'exerce entre les quarks, mais un effet résiduel du fait que les quarks dans un nucléon ne sont pas au même endroit.

Cohésion du noyau de l'atome

Avant de découvrir les quarks, cette interaction qui lie les nucléons était appelée force nucléaire. Ce n'est pas une interaction fondamentale. Elle peut être interprétée en termes d'échanges de **mésons** légers, comme les pions, à la différence de l'interaction forte entre quarks qui est interprétée par des échanges de gluons.

La cohésion du noyau résulte donc d'une énergie de liaison entre les nucléons. Il faut fournir de l'énergie pour séparer les constituants du noyau. Inversement lorsqu'on va fusionner des nucléons pour constituer un noyau cette énergie de liaison va être libérée. Pour être stable, il faut que le noyau ait une énergie inférieure à celle de la somme de ces constituants non liés (libres).

L'énergie de fusion nucléaire n'est pas l'énergie de la matière des nucléons ($E = Mc^2$), mais c'est l'énergie de liaison entre nucléons.

La fusion (thermo)nucléaire

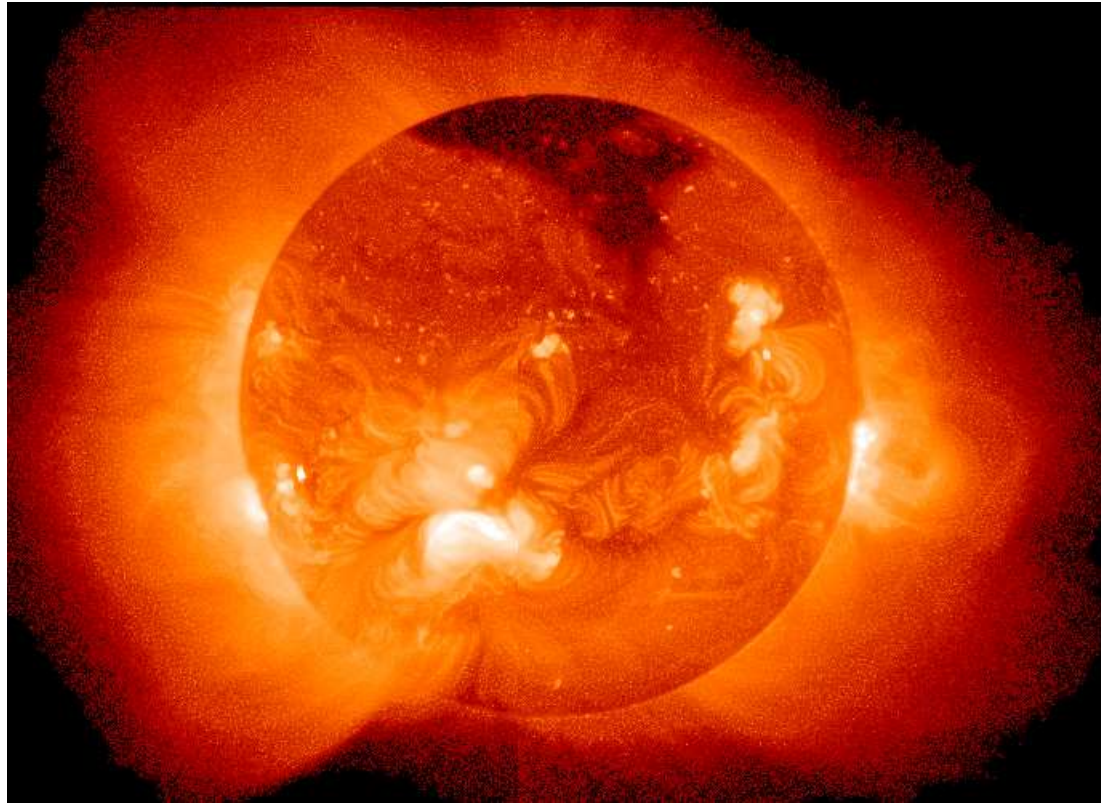
La **fusion nucléaire**, dite parfois **fusion thermonucléaire**, est un processus où deux noyaux atomiques s'assemblent pour former un noyau plus lourd.

Cette réaction est à l'œuvre de manière naturelle et longtemps stable, dans le Soleil et la plupart des étoiles de l'univers.

La fusion de noyaux légers dégage d'énormes quantités d'énergie provenant de la liaison des nucléons due à ce qu'on a appelé la « force nucléaire » qui est un aspect résiduel de l'interaction forte.

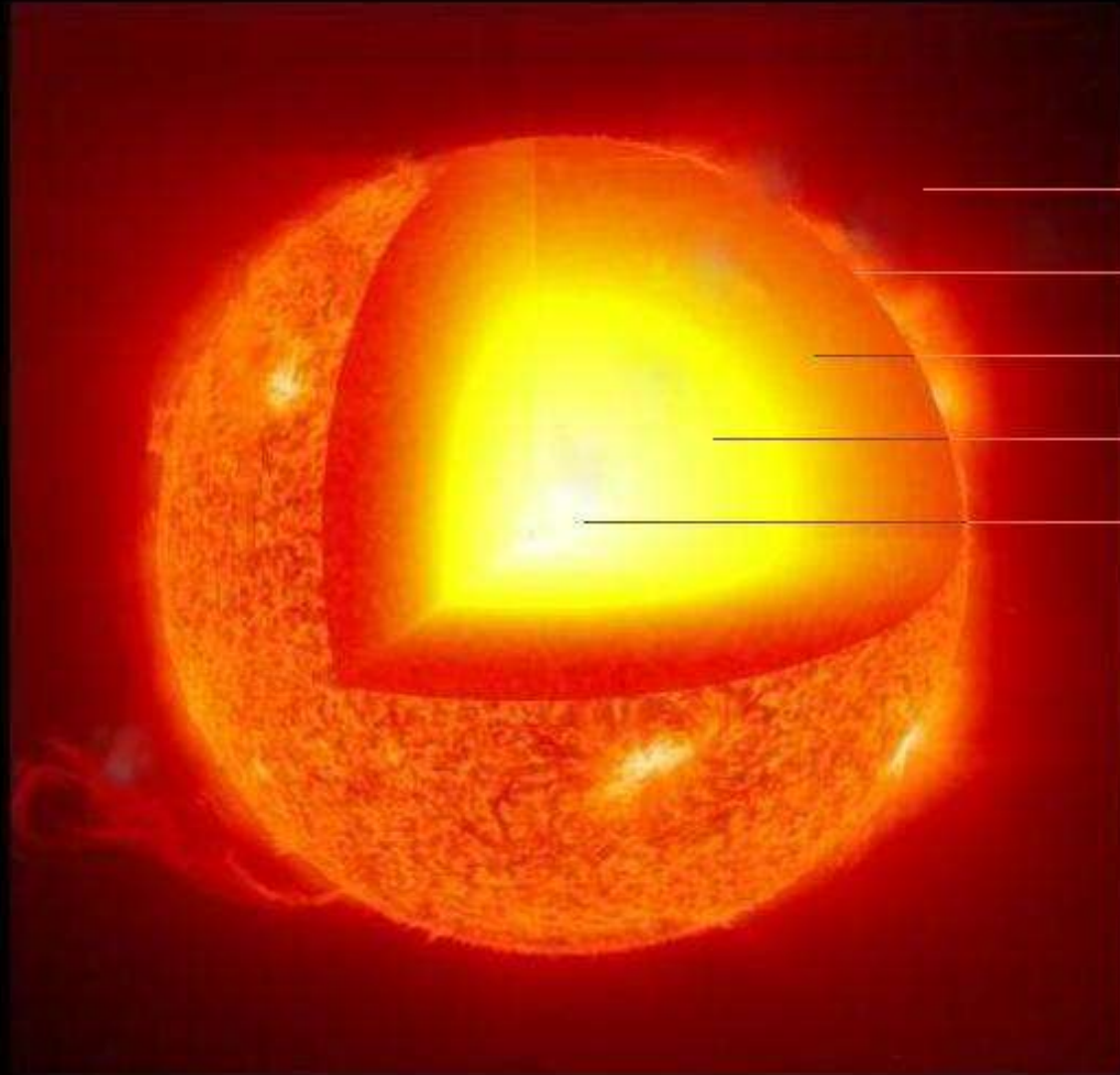
Elle est, avec la fission, l'un des deux principaux types de réactions nucléaires appliquées. Un de ses intérêts est de pouvoir produire théoriquement beaucoup plus d'énergie (de 3 à 4 fois plus), à masse de « combustible » égale, que la fission.

La fusion nucléaire source d'énergie du Soleil



Le Soleil, siège de nombreuses réactions de fusion nucléaire.

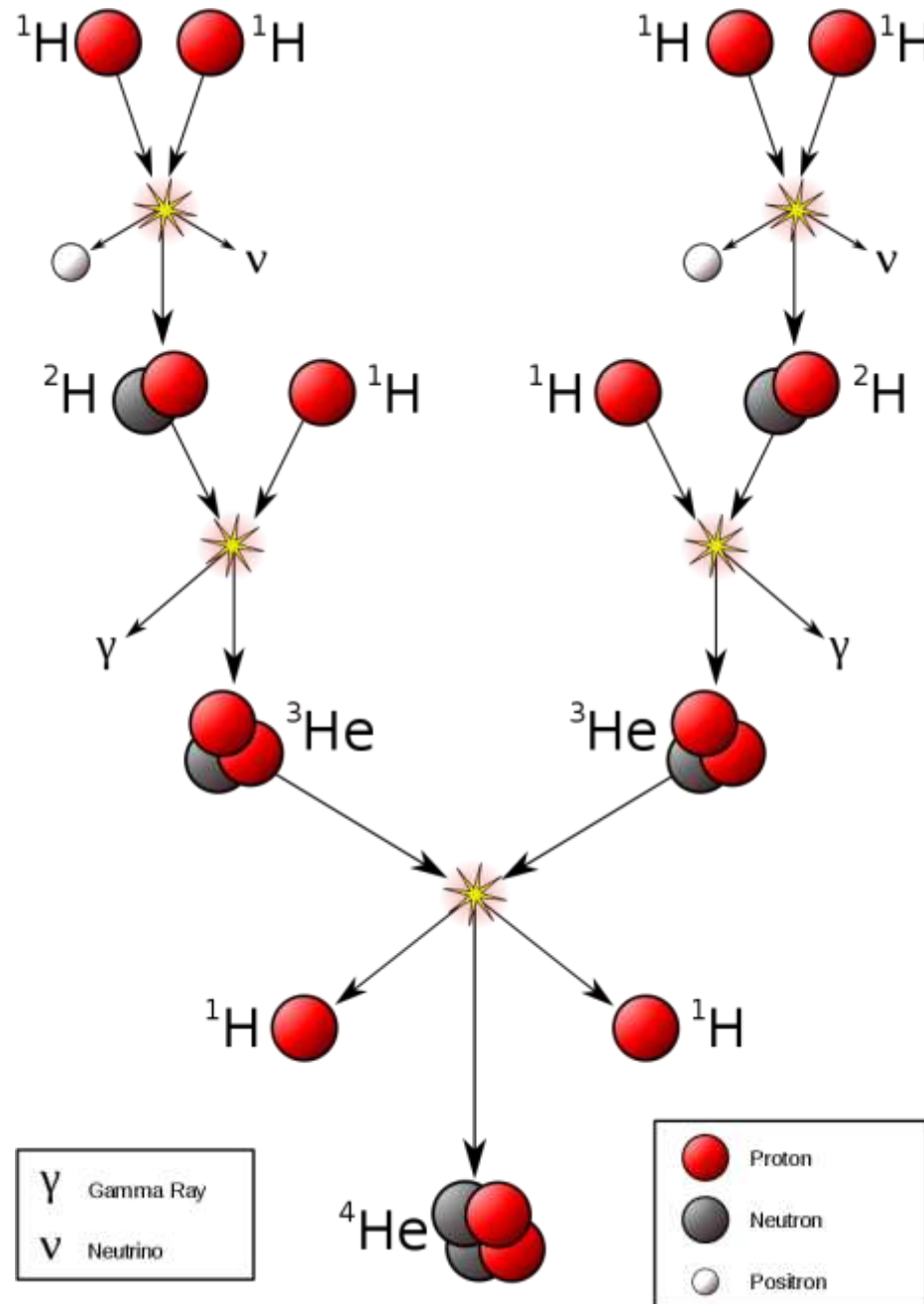
La structure interne du Soleil



Structure du Soleil en coupe

Couronne solaire
Photosphère
Zone de convection
Zone de radiation
Cœur (ou noyau)

Réactions nucléaires du Soleil



Réactions nucléaires du Soleil

Interaction entre protons

Il faut une température très élevée, c.a.d une très vitesse élevée des protons leur conférant une énergie cinétique très élevée, pour que ces réactions puissent se produire car, dans la réaction en haut, pour que 2 protons puissent se rapprocher suffisamment pour se rencontrer, il faut qu'ils puissent franchir une barrière de potentiel très élevée, du fait qu'ils se repoussent étant chargés tous les deux positivement.

En effet si la « force nucléaire » est à courte distance supérieure à répulsion électromagnétique cet écart n'est pas très important, comme en témoigne le fait que l'Hélium 2 (2 protons seulement) n'est pas stable.

Réactions nucléaires du Soleil

Le rôle essentiel des neutrons

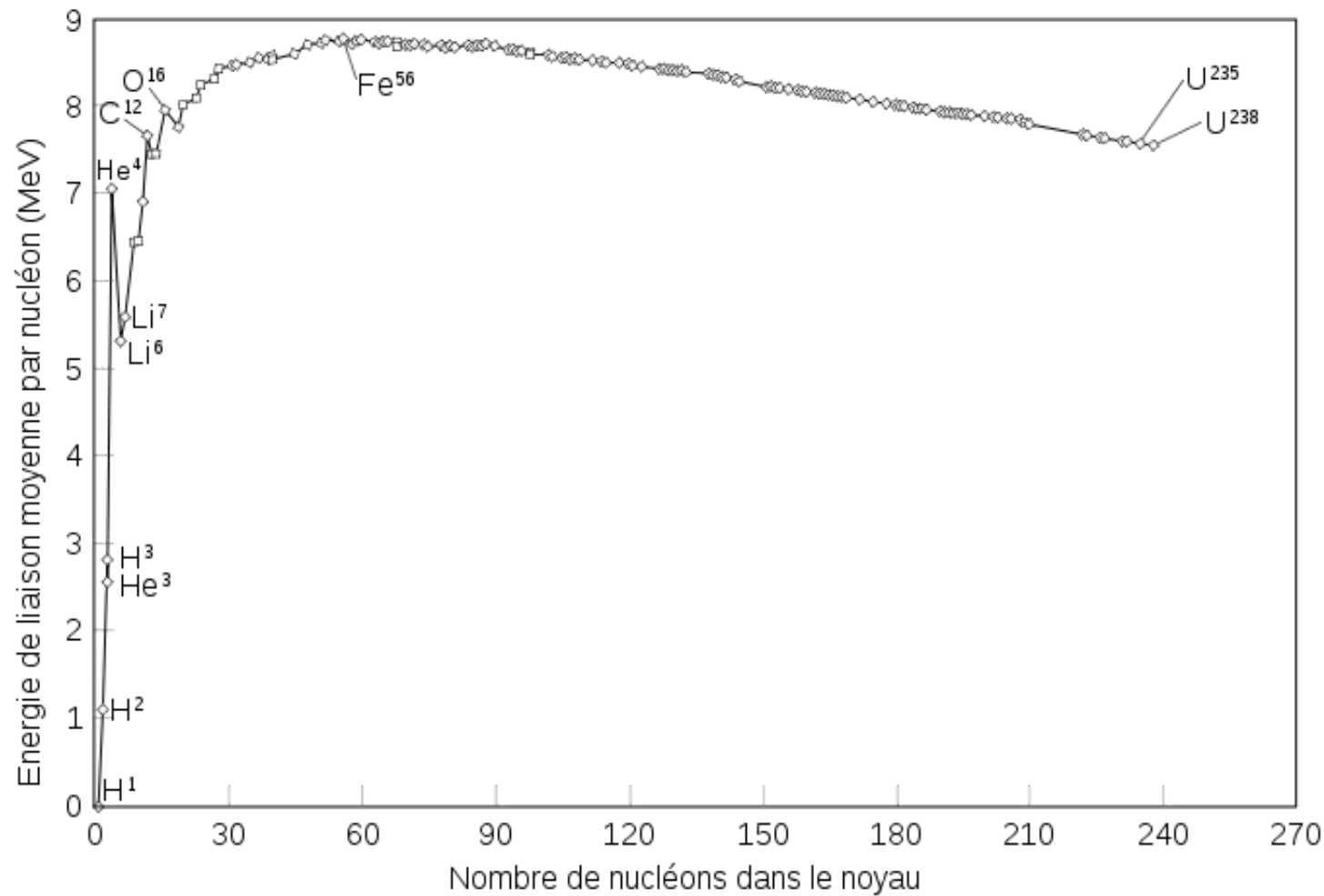
Par contre la capture d'un neutron ne subit pas cette répulsion et au contraire elle est favorisée pour les neutrons de faible énergie.

Les neutrons jouent le rôle de ciment entre les nucléons. Sans eux il n'y aurait pas de noyau autre que l'hydrogène et pas de chimie, en particulier organique, donc nous ne serions pas là.

C'est le sauvetage in extremis de 1 neutron sur 7, au bout de 200s de carnage, lors de la nucléosynthèse primordiale, qui a permis que l'aventure se poursuive pour aboutir jusqu'à nous.

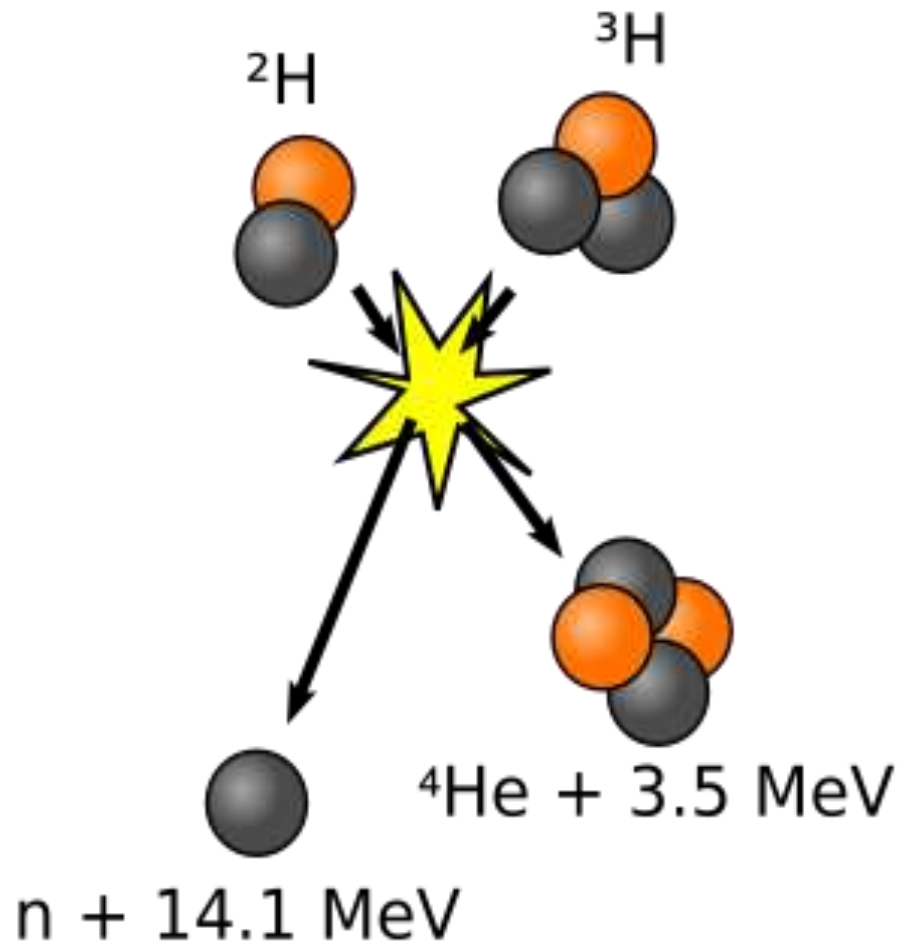
extremes du champ d'action de l'interaction forte.

L'énergie de liaison du noyau



Dans l'hélium l'énergie de liaison est de 7 MeV par nucléon, soit 28 MeV pour le noyau. C'est cette énergie qui va être libérée lors de la fusion. C'est environ 10 millions de fois plus qu'une réaction chimique de combustion.

Autre exemple de réaction



Dans cette réaction, qui est une partie d'un cycle p+p, on a indiqué le détail de l'énergie cinétique libérée.

Equilibre hydrostatique

Le Soleil comme toute étoile est une boule de gaz en équilibre hydrostatique. En chaque point, la force de pression du gaz qui tend à le dilater compense exactement la force de gravité qui, au contraire tend à le contracter.

Cet état d'équilibre explique la forme sphérique du Soleil.

C'est au centre du Soleil que la température est maximale : 15,5 millions de degrés Celsius. La pression atteint 340 milliards de fois la pression atmosphérique terrestre. La densité est de 158 tonnes par mètre cube.

La température diminue progressivement à mesure que l'on se rapproche de la surface.

Equilibre hydrostatique

Dans la photosphère, épaisse de 500 km, d'où provient toute la lumière visible, la température est de 5800 °C.

Puis la température remonte pour atteindre environ 100 000°C dans la première couche de l'atmosphère raréfiée du Soleil épaisse de 2500 km que l'on appelle la chromosphère.

La température atteint 1 à 2 millions de degrés Celsius dans la haute atmosphère du Soleil, la couronne, qui s'étend sur quelques millions de km.

Une combustion poussive

•
Du fait de sa faible température ($15 \cdot 10^6$ °K) au coeur, les réactions nucléaires ont du mal à se produire. Sans un effet tunnel, les réactions n'auraient pas démarrées.

Bilan énergétique du Soleil

Il est le fournisseur quasi-exclusif d'énergie pour la surface de la Terre. Cette énorme boule gazeuse est constituée principalement d'hydrogène. La température en son centre s'élève jusqu'à 15 millions de degrés, ce qui fait que la fusion se fait très lentement.

La transformation de l'hydrogène en helium par fusion nucléaire s'accompagne d'une libération colossale d'énergie par seconde :

$$3,83 \cdot 10^{26} \text{ watts,}$$

Soit environ **$4 \cdot 10^{17}$ centrales nucléaires modernes de 1 GW**).

La Terre, du fait de l'éloignement de son étoile (150 millions de kilomètres en moyenne) ne reçoit que 1 milliardième de cette énergie. Pourtant, cette énergie est suffisante pour entretenir la dynamique de la vie et du climat.

Bilan énergétique du Soleil

La formule $E = m.c^2$ nous montre que le Soleil transforme en énergie (il s'allège) à chaque seconde 4,6 millions de tonnes.

Il brûle presque 1 milliard de tonnes d'hydrogène, car le rendement, est inférieur à 0,7% de l'énergie de masse $E = Mc^2$ de l'hydrogène, puisque c'est l'énergie de liaison qui est libérée pour le bilan $4 \text{ protons} \rightarrow \text{He}$.

Depuis sa naissance (il y a 4 milliards d'années environ) il a transformé en hélium $1,5 \cdot 10^{26} \text{ kg}$ d'hydrogène sur ces $2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ (environ), soit environ la masse de 25 Terres (La Terre pèse $6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$)!

La masse du Soleil est de 330 000 fois celle de la terre.

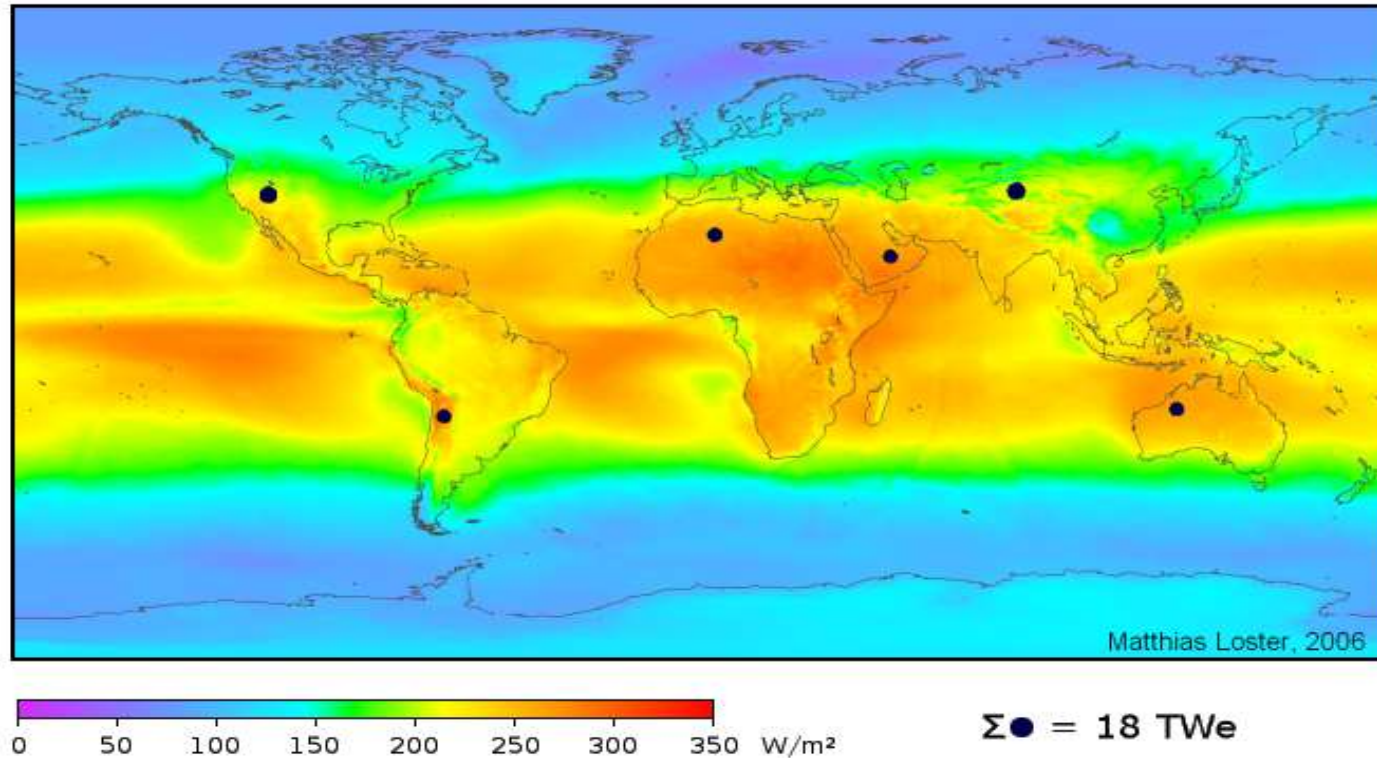
Bilan énergétique du Soleil

Il a donc transformé en énergie moins de 0,01 % de sa masse (il a probablement perdu plus que cela en éjection de matière) et cela a concerné environ 1% d'hydrogène.

En période de grand froid EDF indiquait que la consommation électrique pouvait dépasser sa capacité de production qui est de 90 Gigawatts environ (dont 60% nucléaire).

Cela correspond environ à la puissance solaire reçue sur environ 360 km².

Répartition de l'énergie



Si on néglige l'absorption par l'atmosphère, chaque mètre carré au niveau de l'orbite terrestre, face au soleil, reçoit , **environ 1KW maximum, le jour, utilisable par un capteur idéal** (100% rendement) perpendiculaire aux rayons solaires, et ceci ne représente que 345 W par m² terrestre en moyenne sur 24H.

Le Soleil et la Terre

Globalement la terre reçoit en permanence une puissance de 170 millions de gigawatt, elle en absorbe 122 (100 millions de centrales nucléaires) et réfléchit le reste.

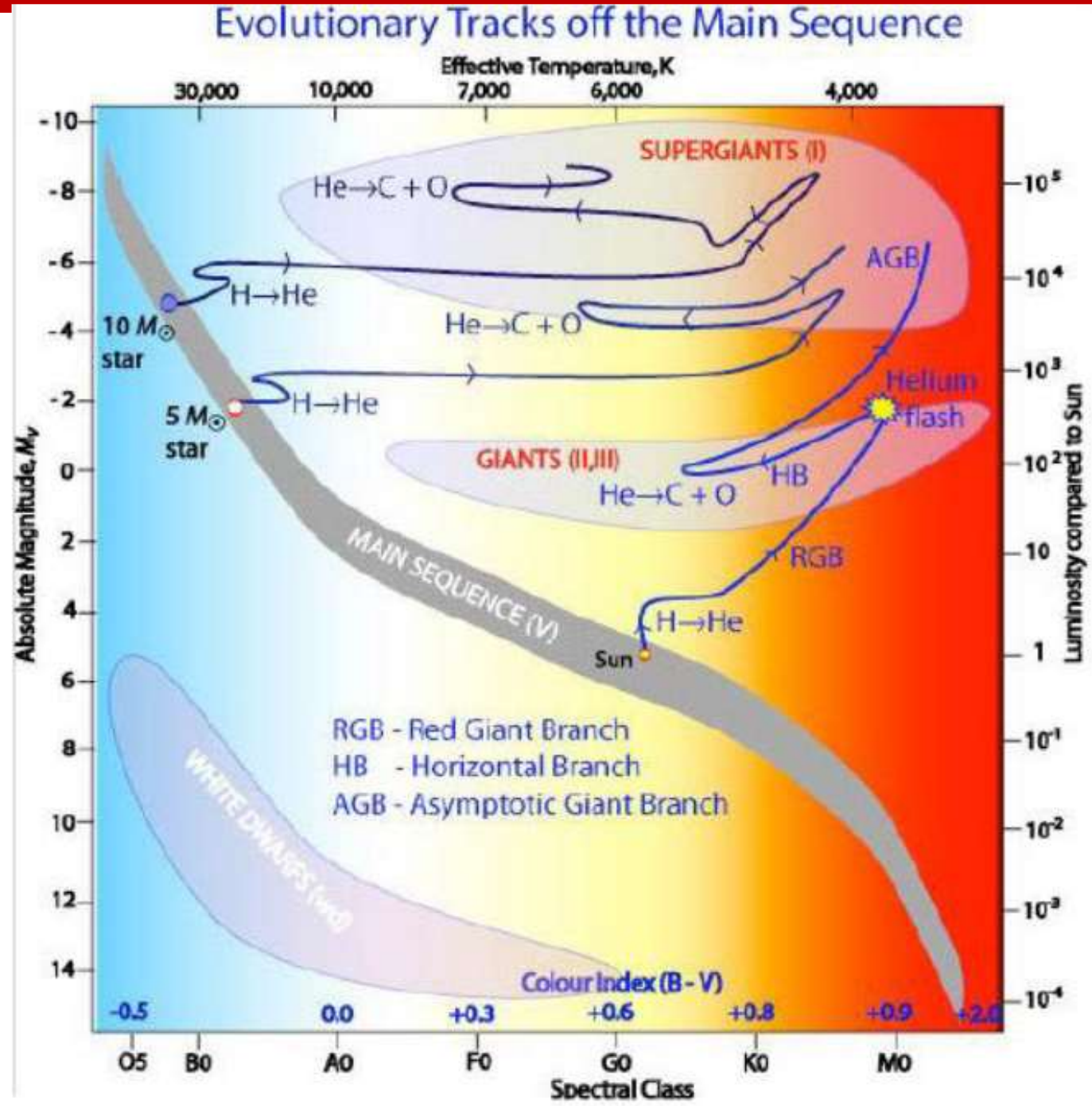
Les régions qui sont relativement proches de zones de consommation importantes dans les pays développés disposant de la technique sophistiquée requise pour capter l'énergie solaire voient des réalisations de plus en plus importantes, comme le désert des Mojaves (Californie) où se trouve une centrale solaire d'une puissance totale de 354 MW.

Le Soleil et la Terre

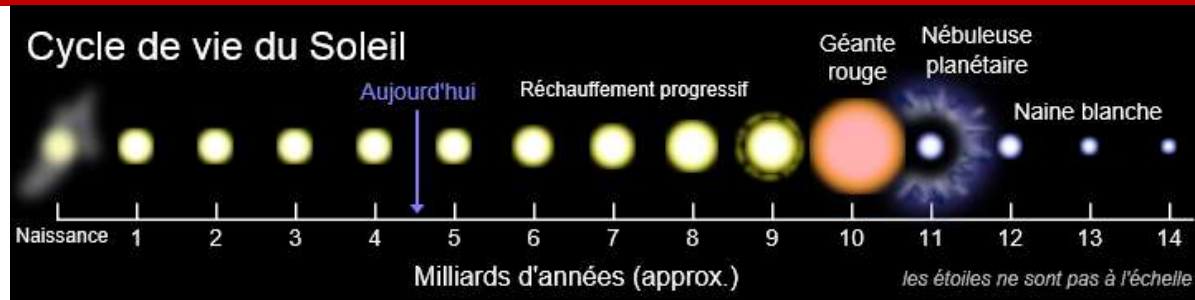


Centrale solaire en Californie

Le destin des étoiles



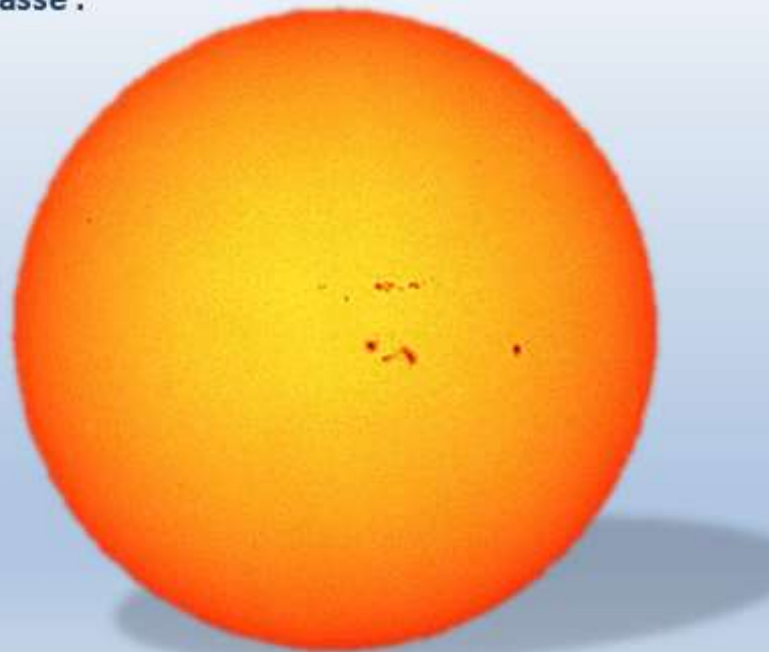
Origine et destin du Soleil



Il y a 4,5 milliards d'années une étoile a explosé à « proximité » de la région où le Soleil (notre étoile) allait se former.

Composition chimique du Soleil en masse :

Hydrogène :	73,5 %
Hélium :	24,9 %
Oxygène :	0,77 %
Carbone :	0,29 %
Fer :	0,16 %
Néon :	0,12 %
Azote :	0,09 %
Silicium :	0,07 %
Magnésium :	0,05 %
Soufre :	0,04 %



Elle aensemencé cette région en éléments chimiques variés qu'on va retrouver dans le Soleil ($2 \cdot 10^{30}$ kg) et ses planètes.

Quelques données chimiques

Le Soleil a consommé un peu de son hydrogène pour fabriquer de l'Hélium qui s'ajoute à celui de l'univers primordial, mais à ce stade il n'a pas encore pu synthétiser les autres éléments comme (l'oxygène, fer, etc.) qu'il contient, dans cette proportion.

La Terre, 6.10^{24} kg, (environ 300 000 fois moins que le Soleil), est très différente

Fer (32,1 %^e), oxygène (30,1 %), silicium (15,1 %), magnésium (13,9 %), soufre (2,9 %), nickel (1,8 %), calcium (1,5 %) et aluminium (1,4 %).

Le reste incluant l'hydrogène et l'hélium et des traces d'autres éléments ne représente que 1,2 %, car, la Terre n'a pas pu retenir l'hydrogène et l'hélium, éléments trop légers qui ont échappé à sa faible gravitation. Seul l'hydrogène dans des molécules: H_2O (eau), CH_4 (méthane), etc., a pu subsister en faible proportion..

Quelques données chimiques

La composition de la croûte terrestre est différente ainsi qu'évidemment celle de l'atmosphère terrestre .

Sur près de 90 éléments présents dans la croûte terrestre, huit seulement représentent plus de 98 % de la composition des roches de la croûte terrestre (oxygène 46,6 %, silicium 27,7 %, aluminium 8,1 %, fer 5 %, calcium 3,6 %, sodium 2,8 %, magnésium 2,3 %, potassium 2,1 %).

Ceci montre comment ces proportions dépendent de l'échelle.

A l'échelle de l'humain, c'est une autre configuration, où, à côté de l'oxygène, prépondérant comme dans la croûte terrestre, le rôle du carbone et de l'hydrogène devient important.

Corps humain: Pourcentage en masse - Où sont ces éléments dans le corps?

Oxygène

65 % **fluides et tissus (carbohydrates, protéines, graisses, ADN, ARN, eau corporelle, os)**

Carbone

18 % **partout (carbohydrates, protéines, graisses, ADN, ARN)**

Hydrogène

10 % **fluides et tissus (carbohydrates, protéines, graisses, ADN, ARN, eau corporelle, os)**

Azote

3 % **fluides et tissus (protéines, graisses, ADN, ARN)**

Calcium

1.5 % **partout (os en particulier)**

Phosphore

1 % **urine, protéines, graisses, ADN, ARN, os**

Potassium

0.4 % **eau corporelle**

Soufre

0.3% **protéines**

Sodium

0.2 **fluides et tissus (eau corporelle en particulier)**

Chlore

0.2 % **eau corporelle**

Magnésium

0.1 % **partout (enzyme permettant synthèse ADN)**

Iode

0.1% **enzymes aidant la synthèse d' hormones**

Fer

0.1 % **enzymes permettant transport oxygène du sang**

+ des traces de cuivre, zinc, sélénium molybdène,, fluor, manganèse, cobalt, lithium, strontium,, aluminium, silicium plomb

Données chimiques-synthèse

Élément	Univers	Soleil	Terre	Croûte	humain
Hydrogène	75%	73,5%	<1%	<1%	10%
Hélium	25%	24,9%	<0,001%	<0,001%	<0,001%
Fer		0,16%	32,1%	5%	0,1%
Oxygène		0,77%	30,1%	48,6%	65%
Carbone		0,029%	<1%	<1%	18%
Azote		0,09%	<1%	<1%	3%
Silicium		0,07%	15,1%	27,7%	<0,1%
Calcium		<0,01%	1,5%	3,6%	1,5%
Magnésium		0,05%	13,9%		0,1%

Pourcentages en masse (rouge=1^{er} , orange= 2^{ième} , vert= 3^{ième} , bleu 4^{ième})

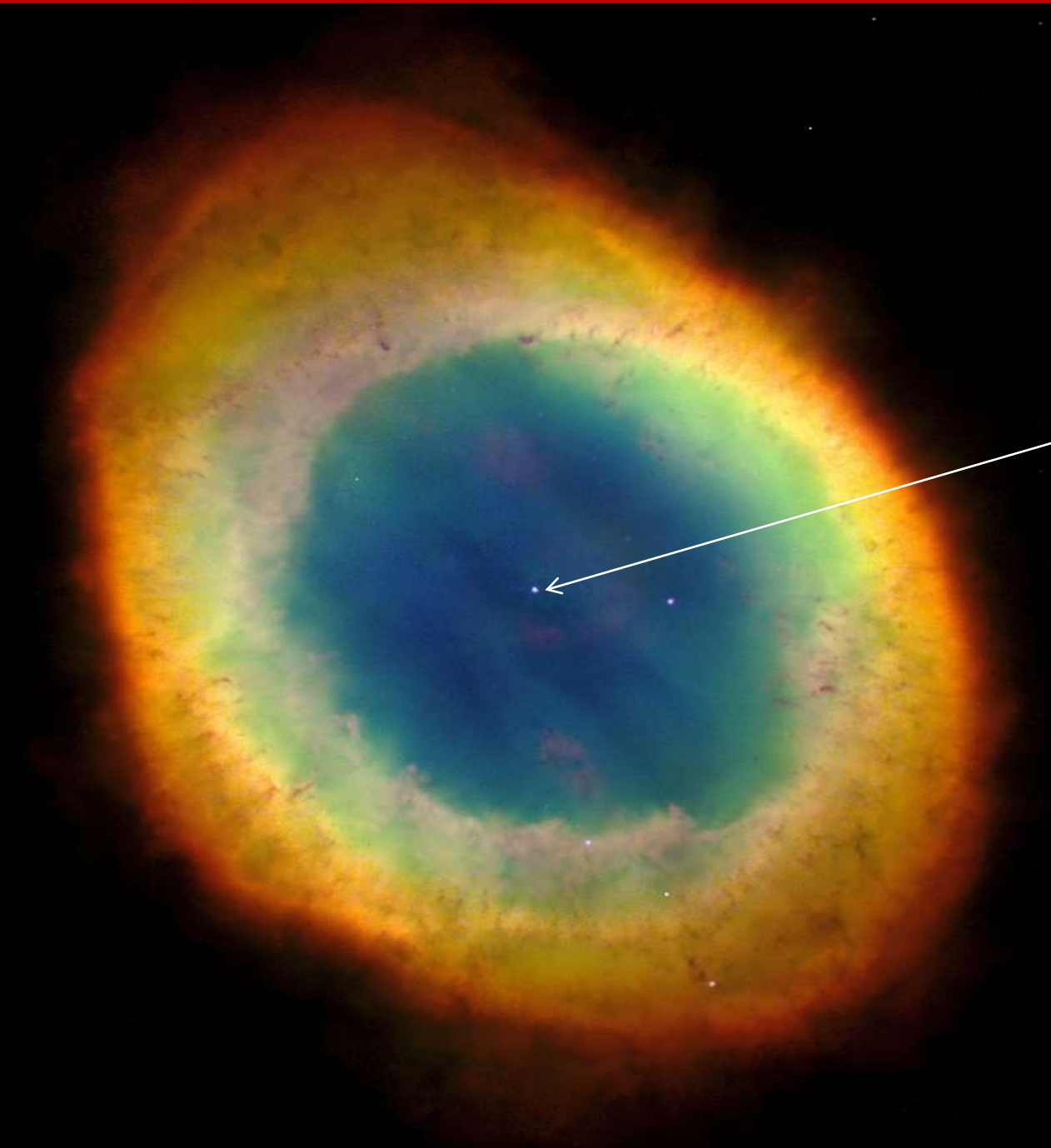
Formation du Soleil

C'est principalement l'onde de choc de l'explosion de la supernova qui va amorcer un effondrement (qui va durer des centaines de millions d'années) du gaz conduisant à la formation du système solaire.

Il va briller paisiblement pendant des milliards d'années, puis en fin de vie son enveloppe va s'étendre.

Selon certains scénarios elle pourrait atteindre l'orbite terrestre et englober la Terre.

La mort du Soleil



Le Soleil est une naine blanche, entouré d'une nébuleuse formé par la matière qu'il a éjecté dans son cycle final.

Il a synthétisé du carbone et de l'oxygène, mais ils restent prisonniers dans la naine blanche.

Alors pourquoi parle-t-on d'énergie renouvelable alors que le Soleil n'est pas éternel ?

Le Soleil s'est formé il y a environ 4 milliards d'années et on pense qu'il devrait encore briller de manière assez stable pendant plusieurs milliards d'années avant d'entamer un processus où il va évoluer. Après une phase de géante et supergéante rouge, il sans doute finir en naine blanche, cadavre d'étoile où les réactions nucléaires ont cessé.

Cette durée de vie « limitée » est très grande à l'échelle humaine (l'histoire humaine se compte en milliers ou dizaines de milliers d'années), c'est pourquoi on parle d'énergie renouvelable même si ce n'est pas tout à fait vrai.

**Cela nous laisse un peu de temps pour
contempler le Soleil se coucher avec un bon
espoir le retrouver le lendemain....**



A-2 Démonstration moderne

A partir de la définition générale de l'énergie en relativité générale,

$$E = m.K_\mu dx^\mu/d\tau \quad (1)$$

Où $K^\mu = (\partial_t)^\mu$ est le tenseur de Killing associé au temps dont les 4 composantes sont: $K^\mu = \{1, 0, 0, 0\}$

Avec la métrique de la relativité restreinte (RR):

$$ds^2 = -c^2 d\tau^2 = -c^2 dt^2 + dl^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \text{ où } dl^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 \quad (2)$$

Où $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}\{-c^2, 1, 1, 1\}$, est le tenseur métrique de la RR, et $x^0 = t$, $x^1 = x$, $x^2 = y$, $x^3 = z$. $\mathbf{P}$ et $\mathbf{p}$ sont les 4-vecteur et 3-vecteurs moments.

$$K_\mu = \eta_{\mu\nu} K^\mu = \{-c^2, 0, 0, 0\} \rightarrow E = m.c^2 dt/d\tau \rightarrow m^2 c^4 (dt/d\tau)^2 = E^2$$

On définit $P^2 = P^\mu P_\mu$ où $P^\mu = mU^\mu$, $P_\mu = mU_\mu$, et $U^\mu U_\mu = ds^2/d\tau^2 = -c^2$

$$P^2 = -m^2 c^2 = -m^2 c^2 (dt/d\tau)^2 + m^2 (dl/d\tau)^2 = -E^2/c^2 + p^2 \rightarrow \mathbf{m^2 c^4 = E^2 - p^2 c^2}$$

A-3: Opérateur associée à une grandeur physique

- **Extrait du cours de mécanique quantique 2019**
- Une manière moderne de dériver l'équation de Schrödinger est de partir du hamiltonien $H(x_j, p_j)$, qui est l'opérateur associé à l'énergie totale de la particule (énergie potentielle + énergie cinétique). Il vaut :
- $$H(x_j, p_j) = E = \frac{p^2}{2m} + U(x, y, z, t)$$
- L'équation de propagation de l'onde $\psi(x, y, z, t)$ associée s'obtient en associant des opérateurs agissant sur la fonction d'onde à savoir :
- A- L'opérateur « multiplication noté x » par ψ pour les coordonnées de position x_j .
- B- L'opérateur $-i\hbar/\partial_j\psi$ pour les quantités de mouvement p_j .
- C- L'opérateur $i\hbar/\partial_t\psi$ pour l'énergie E

- Remarquons les deux concepts:
 - Une fonction d'onde, qui contient l'information « générale » sur le système,
 - Des opérateurs associés aux grandeurs mesurables par l'expérimentateur, qui vont caractériser l'intervention humaine, montrant l'interdépendance entre le monde physique et l'esprit du physicien!

$$H(x_j, p_j) = E = \frac{p^2}{2m} + U(x, y, z, t)$$

- En réalisant les opérations A, B, C définies précédemment, on obtient :

$$ih \frac{\partial \psi}{\partial t} = U\psi - \frac{h^2}{2m} \Delta \psi$$

- Qui est l'équation de Schrödinger. Ce procédé a l'avantage de montrer comment les opérateurs sont associés à la fonction d'onde.

Références

Bizouard C. www.annales.org/archives/x/poincaBizouard.pdf (SYRTE)

Einstein A. (1905) Sur l'électrodynamique des corps en mouvement. Annalen der Physik, vol XVII, p891-921

Einstein A. (1905) L'inertie d'un corps dépend elle de son contenu en énergie. Annalen der Physik, vol XVII, p 639-641.

Einstein A.(1993), « Traduction oeuvres choisies 2, Relativité I» Sources du savoir, Seuil CNRS (1993) p 60-62

Gourgoulhon E. (2006), « cours de Relativité générale », p 32, IAP Paris.

Ives H. (1952) « Derivation of the mass energy relation », J.Opt.Soc.Americ.42,8,540-543

Jammer (1961) Concept of mass in modern physics, Harvard University press,

Maxwell J.C (1891) « A Treatise on Electricity and Magnetism », Oxford,Clarendon Press,3.ed. 1891 § 792.

Poincaré H. (1905) « Compte Rendus de l'Académie des Sciences », 140, p1504-1508.