

# Introduction à l'histoire de l'univers

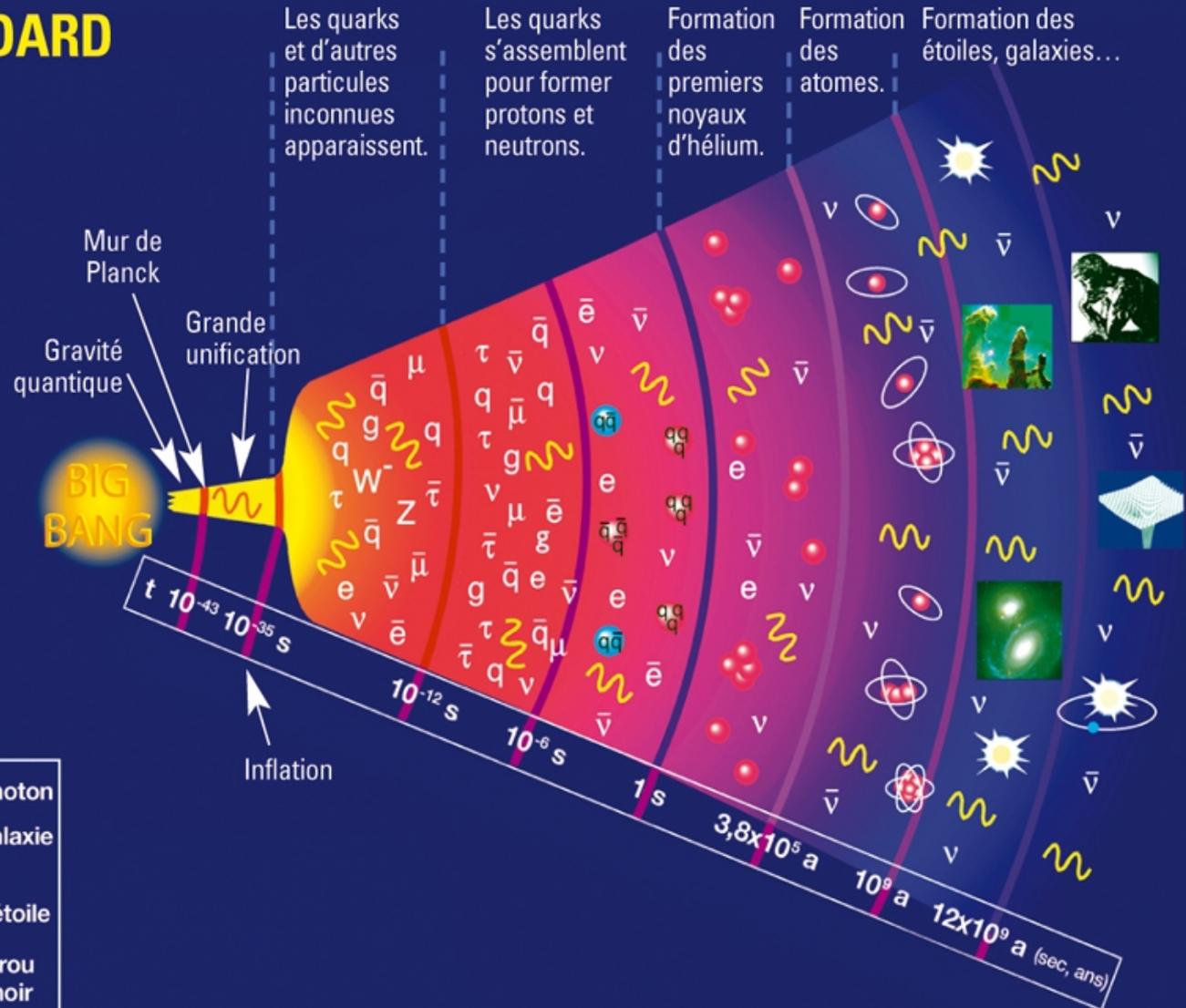
- Après s'être intéressé à la genèse par les scientifiques des théories décrivant l'univers, comme nous avons vu qu'il est supposé avoir une origine et être en expansion intéressons nous à l'histoire de l'univers lui même tel qu'il est décrit par « le modèle standard » dit du « Big Bang », sachant que cette théorie n'est pas définitive et dont nous préciserons les limites connues.
  - Une première remarque est que constatant expérimentalement qu'il est en expansion on se dit qu'auparavant il devait être de plus en plus petit au fur et à mesure qu'on l'examine plus avant dans le passé : jusqu'à quel point dans le passé peut on le décrire raisonnablement avec cette théorie ?
  - Mais pour être rigoureux, il faut souligner que la première théorie relativiste de l'expansion (Friedmann) date de 1922 bien avant que Hubble ait publié ses résultats (1929). La théorie a précédé l'observation !
- 
-

# L'évolution de L'univers

## L'UNIVERS SELON LE MODÈLE STANDARD

Depuis le Big Bang, l'Univers primordial a franchi de nombreuses étapes durant lesquelles les particules puis les atomes et la lumière ont peu à peu émergé avant qu'étoiles et galaxies ne prennent corps. C'est cette histoire que raconte la théorie du « modèle standard » en vigueur aujourd'hui.

L'Univers devient transparent.



Légendes	
W, Z bosons	photon
quark	meson
gluon	baryons
électron	ions
muon	atome
tau	étoile
neutrino	trou noir
galaxie	

# L'évolution de L'univers primordial

$$t = 10^{-32} \text{ s} \quad T = 10^{26} \text{ K} \quad \rho = 10^{73} \text{ kg/m}^3$$

## Création de la matière

Après le réchauffement postinflationniste, l'Univers est rempli de matière à une densité énorme,  $10^{73} \text{ kg/m}^3$ . La température est si élevée que ni les protons ni les neutrons ne peuvent exister : ils sont dissociés en leurs constituants, les **quarks**. On a donc une « soupe » ultradense de quarks, d'électrons, de photons et de neutrinos.

Les expériences effectuées dans les accélérateurs de particules montrent que la création de particules de matière à partir d'une autre forme d'énergie se produit par paires : une particule est toujours associée à une **antiparticule**, qui a la même masse mais dont la charge électrique est de signe opposé. L'antiproton est chargé négativement, et l'anti-électron, connu sous le nom de *positon*, est chargé positivement. Le quark aussi a son antiparticule, l'antiquark. Le photon est une exception : il est sa propre antiparticule.

Lorsqu'une particule rencontre son antiparticule, elles disparaissent toutes deux et sont transformées en énergie (par exemple, en photons) ; à l'inverse, une certaine quantité d'énergie (par exemple, l'énergie cinétique d'une collision) peut donner naissance à une paire particule-antiparticule, mais jamais à une particule seule. Or, il semblerait que l'Univers observable ne contienne pas de quantité appréciable d'antimatière. La solution à ce paradoxe apparent consiste à admettre que l'énergie du vide massif qui s'est transformée en matière lors du réchauffement postinflationniste a engendré un peu plus de particules que d'antiparticules. Selon une théorie récente et encore controversée de la physique des particules, il y aurait un déséquilibre fondamental d'une partie par milliard entre la création de matière et celle d'antimatière. Pour chaque milliard d'antiquarks, un milliard et un quarks seraient créés. Lors de la création initiale de la matière, les paires particules-antiparticules se seraient autodétruites en se transformant en photons, et un seul quark par milliard aurait survécu. Les survivants de ce « carnage » formeraient la matière de l'Univers d'aujourd'hui ; quant aux photons produits, ils seraient venus grossir les rangs du rayonnement de fond cosmologique (RFC).

# L'évolution de L'univers primordial

$$t = 0,0001 \text{ s} \quad T = 10^{12} \text{ K} \quad \rho = 10^{17} \text{ kg/m}^3$$

## Formation des protons et des neutrons

Un dix millième de seconde après le Big Bang, la température a baissé suffisamment pour que les quarks se combinent en protons et en neutrons. La masse du neutron est légèrement supérieure à celle du proton; laissé à lui-même, il a une durée de vie moyenne d'environ 10,6 minutes, et se désintègre en proton, en émettant un électron et un neutrino. (À titre d'analogie, on peut considérer que le neutron correspond à un état excité du proton; laissé à lui-même, il revient à son niveau fondamental, c'est-à-dire se transforme en proton.) Toutefois, il y a tellement d'énergie thermique disponible dans l'Univers à la température de  $10^{12}$  K que les

protons se transforment en neutrons au même rythme que les neutrons se transforment en protons. Ainsi, le nombre de protons est égal au nombre de neutrons.

$$t = 0,01 \text{ s} \quad T = 10^{11} \text{ K} \quad \rho = 10^{13} \text{ kg/m}^3$$

## Les neutrons commencent à dépérir

Au fur et à mesure que la température (donc l'énergie disponible) diminue, la transformation des neutrons en protons — qui est favorisée énergétiquement — devient plus importante que la réaction inverse: le nombre de neutrons diminue au profit de celui des protons. À  $t = 0,01$  s, il y a 9 neutrons pour 10 protons.

On remarque que la disparition des neutrons se fait à un rythme beaucoup plus rapide que la désintégration spontanée, dont la période moyenne est de 10,6 minutes; le rythme de transformation est en effet accéléré par la réaction: neutron + positon  $\rightarrow$  proton + neutrino.

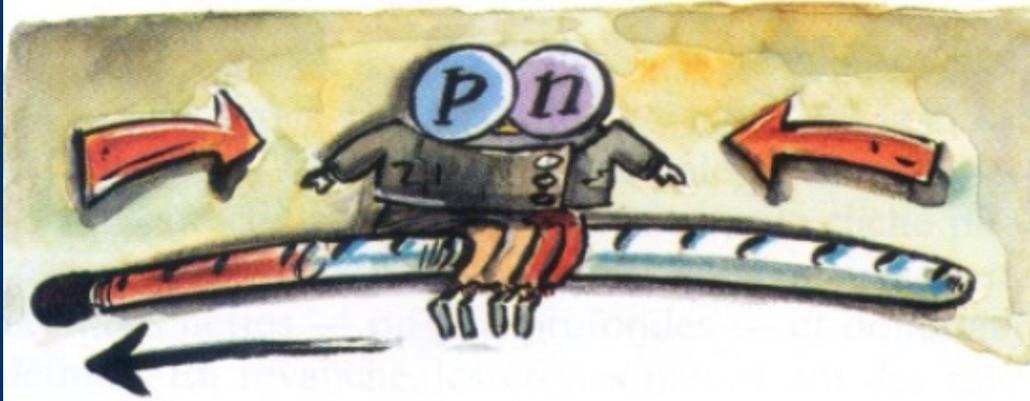
# L'évolution de L'univers primordial

$t = 1 \text{ s}$

$T = 10^{10} \text{ K}$

$\rho = 10^9 \text{ kg/m}^3$

**L'hélium est inaccessible**



Une seconde plus tard, la température est tombée à  $10^{10} \text{ K}$ , et il ne reste plus qu'un seul neutron pour trois protons. La seule façon pour les neutrons restants de survivre serait de s'incorporer avec des protons dans des noyaux énergétiquement stables comme le deutérium (1 proton + 1 neutron) ou l'hélium 4 (2 protons + 2 neutrons).

À  $T = 10^{10} \text{ K}$ , la température est suffisamment basse pour permettre l'existence de noyaux d'hélium 4, mais la probabilité de formation spontanée d'un noyau composé de quatre particules à partir de particules dis-

persées est pratiquement nulle. Comme nous l'avons vu à la section 8.4, la formation de l'hélium 4 procède par étapes: formation d'un noyau de deutérium, qui entrera ensuite en collision avec un proton pour former de l'hélium 3 (2 protons + 1 neutron) qui, à la suite d'autres collisions, donnera finalement de l'hélium 4. Or le noyau de deutérium est beaucoup moins «solide» (beaucoup moins stable énergétiquement) que le noyau d'hélium 4; à  $T = 10^{10} \text{ K}$ , la température est encore trop élevée pour permettre son existence. Les neutrons continuent donc de se faire «manger» par les positons en vertu de la réaction mentionnée à l'étape précédente.

# L'évolution de L'univers primordial

$t = 100 \text{ s}$        $T = 10^9 \text{ K}$        $\rho = 10^5 \text{ kg/m}^3$

**Le deutérium devient stable:  
les neutrons sont sauvés**



Lorsque la température a suffisamment diminué pour atteindre environ 100 fois la température actuelle du centre du Soleil, le deutérium devient stable. En quelques dizaines de secondes, tous les neutrons survivants sont incorporés dans des noyaux de deutérium, qui à leur tour fusionnent pour former le plus stable de tous les noyaux légers, l'hélium 4.

Au moment où le deutérium devient stable, il ne reste qu'un neutron pour sept protons, soit 2 neutrons pour 14 protons. Les 2 neutrons se combinent avec 2 protons pour former un noyau d'hélium 4, et il reste 12 protons, soit 12 noyaux d'hydrogène. On obtient donc un atome d'hélium 4 pour 12 d'hydrogène, soit (puisque la masse d'un atome d'hélium 4 représente celle de 4 atomes d'hydrogène) une proportion de 4 unités de masse d'hélium 4 pour 12 d'hydrogène. L'hélium représente donc  $4/(4 + 12) = 25 \%$  de la masse totale de l'Univers, ce qui correspond à peu près aux observations actuelles. (L'hélium produit depuis par les étoiles ne représente en effet qu'une fraction négligeable de la masse totale d'hélium présente dans l'Univers.) Ce scénario explique donc les taux d'hélium 4 observés: cette concordance est une des meilleures confirmations de la théorie du Big Bang.

On remarquera que la réaction de base de la chaîne proton-proton (section 8.4),  $\text{proton} + \text{proton} \rightarrow \text{He}^2 \rightarrow \text{deutérium}$  (par le processus  $\beta$ ) joue un rôle négligeable dans la nucléosynthèse primordiale, par rapport à la réaction directe  $\text{proton} + \text{neutron} \rightarrow \text{deutérium}$ .

# L'évolution de L'univers primordial

$t = 12$  jours     $T = 10^7$  K     $\rho = 0,001$  kg/m<sup>3</sup>

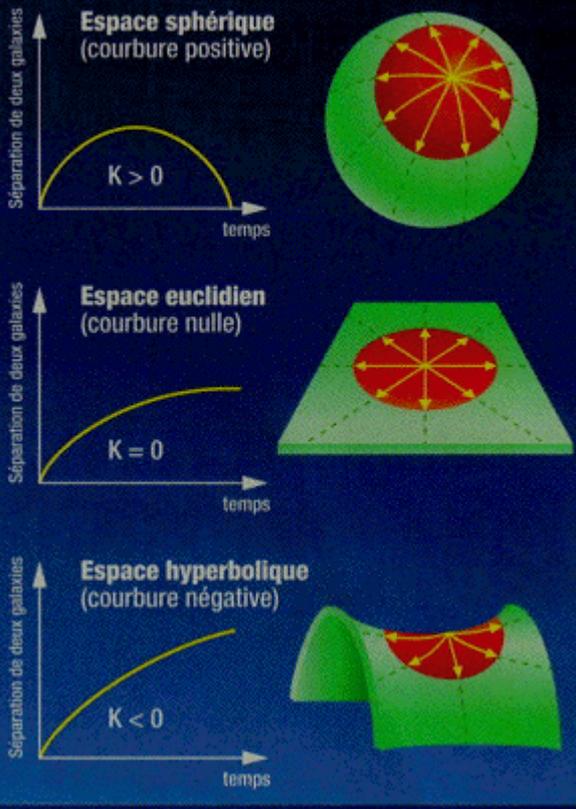
**L'hélium reste coincé:  
les noyaux lourds devront attendre**

Douze jours après cette orgie de fusion nucléaire qui a sauvé les neutrons d'une mort certaine, la température est égale à celle que l'on rencontre au cœur du

Soleil aujourd'hui, ce qui est assez élevé pour que des réactions de fusion nucléaire continuent à avoir lieu. Toutefois, il n'y aura pratiquement pas de fusion nucléaire primordiale après l'hélium 4. Le problème, c'est que la réaction hélium 4 + proton donne un noyau dont le nombre de masse est 5, tandis que la réaction hélium 4 + hélium 4 donne un noyau de masse 8; or, il n'y a aucun noyau stable de masse 5 ou 8.

Nous avons vu à la section 8.4 qu'il est possible de vaincre le « mur de l'hélium » au cœur des étoiles grâce à la réaction triple alpha. Cette réaction, qui ouvre la porte à la formation de tous les noyaux plus lourds que l'hélium, est toutefois assez lente et exige des conditions déterminées de température et de densité. Elle est irréalisable aux densités relativement faibles et dans l'intervalle de quelques jours qui caractérisent le début de l'Univers. Ainsi, seuls quelques atomes de carbone isolés verront le jour. En revanche, l'hélium 4 pourra réagir avec quelques noyaux d'hélium 3 survivants pour former du lithium (3 protons + 4 neutrons). La fusion nucléaire primordiale s'arrêtera là.

# Courbure Spatiale



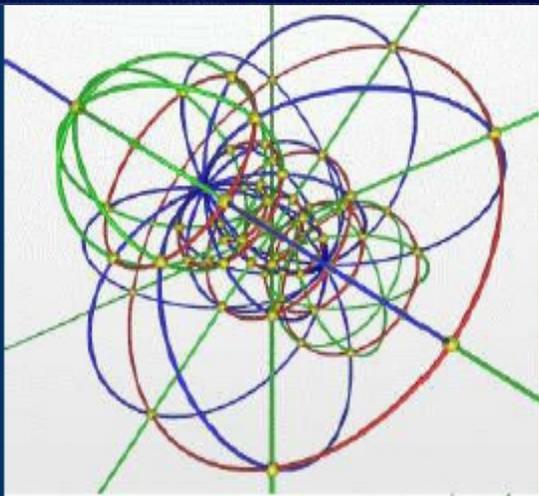
Une conséquence de la Relativité est que la courbure de l'espace dépend du rapport  $\rho/\rho_{crit} = \Omega$ . Rappelons que  $\rho$  peut être constitué de différentes composantes ayant des comportements différents vis à vis de l'expansion. La dilution peut être en  $a^{-3}$  (poussière),  $a^{-4}$  (lumière) ou  $a^0$  (pas de dilution: constante cosmologique). Dans le modèle  $\Lambda$ CDM au début l'univers a été dominé par la lumière puis la poussière a pris le relais au de 150 000 ans environ et enfin l'énergie noire est dominante (et le sera de plus en plus) depuis 4 milliards d'années environ.

Pour  $\Omega < 1$ , l'univers a une géométrie courbée négativement, une géométrie **3D (hyper)hyperbolique**. Nous avons vu que le cas particulier de densité zéro correspond bien à une géométrie hyperbolique (de volume fini!) du fait que les strates temporelles [à temps constant] en coordonnées de la Relativité Restreinte sont des hyperboloïdes.

Pour  $\Omega = 1$ , l'univers a une géométrie 3D à courbure nulle, **euclidienne**.

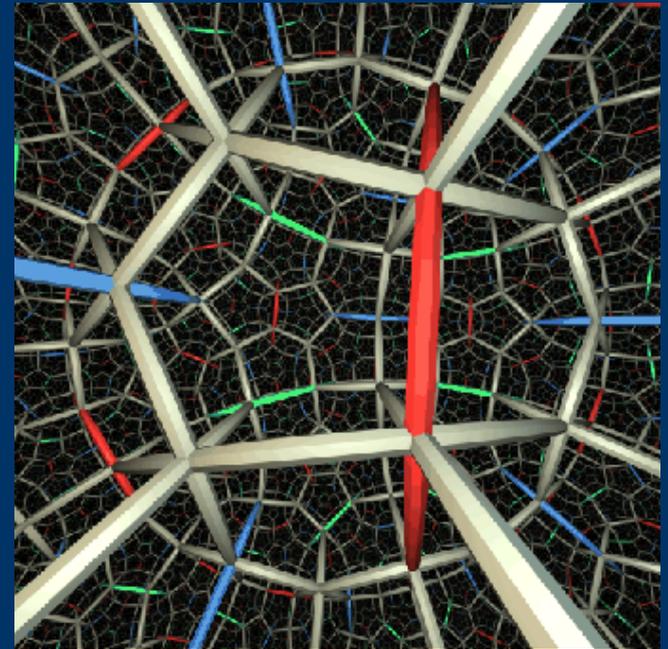
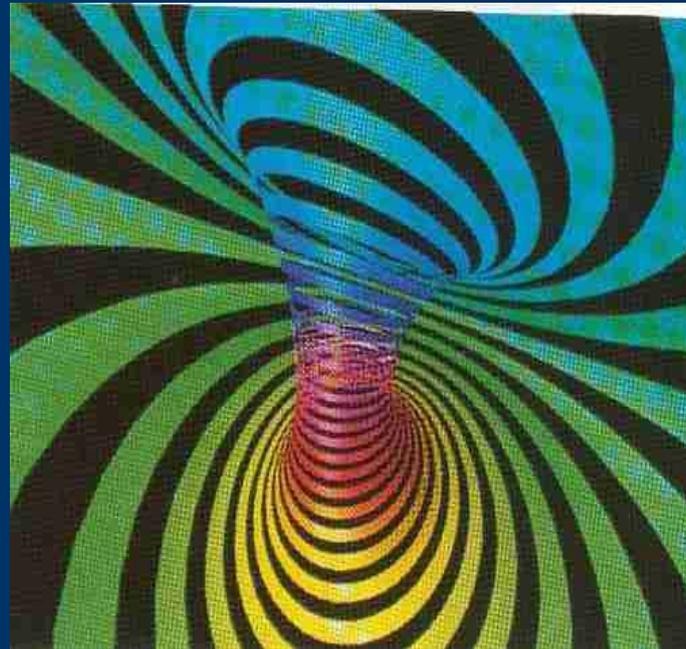
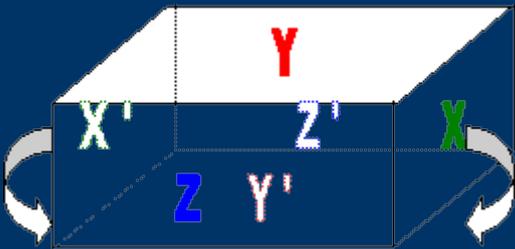
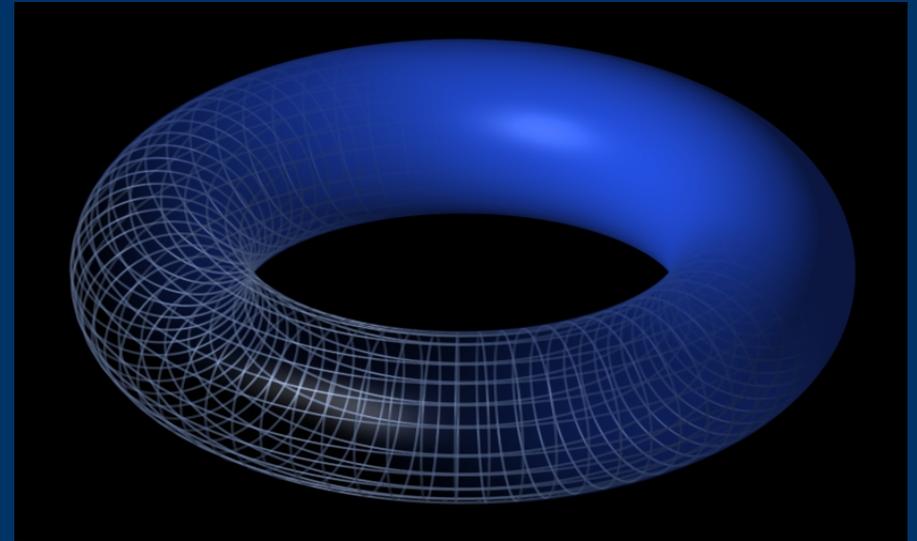
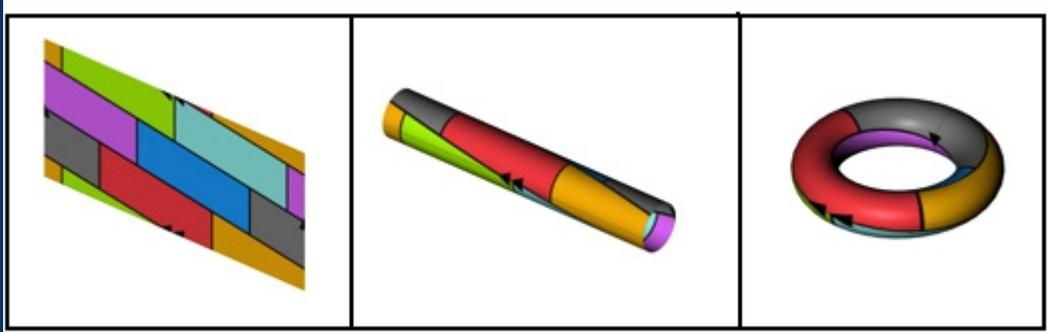
Pour  $\Omega > 1$ , l'univers a une géométrie 3D à courbure positive, une géométrie **(hyper)sphérique: Volume de l'hypersphère  $V = 2\pi^2 R^3$** .

La figure en haut représente les trois cas de courbure (représentées en 2D) et leur courbes  $a(t)$  associées en supposant la constante cosmologique  $\lambda = 0$ , ce qui n'est pas le cas dans le modèle adopté aujourd'hui. Si  $\lambda \neq 0$ ,  $\Omega > 1$  correspond toujours à une hypersphère mais elle peut s'étendre indéfiniment du fait du caractère répulsif de  $\lambda$ .

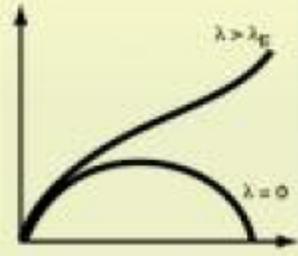
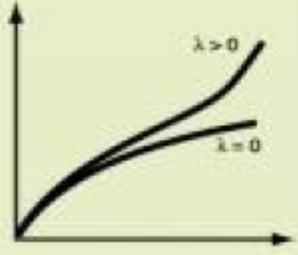
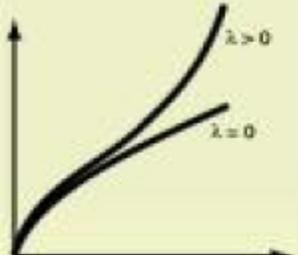


Hypersphère

# Tore - Hypertore-espaces compacts



# Types d'univers avec constante cosmologique $\Lambda$

courbure	topologie	dynamique	destin
$K > 0$  sphérique	fini		ouvert si $\lambda$ grand  fermé
$K = 0$  Euclidien	fini ou infini		ouvert
$K < 0$  hyperbolique	fini ou infini		ouvert

- Géométrie spatiale hypersphérique (courbure positive) avec expansion du rayon jusqu'à un maximum puis re-contraction pour  $\lambda < \lambda_{\text{crit}}$ , sinon expansion tendant vers une expansion exponentielle lorsque  $\lambda$  augmente.
- Géométrie spatiale euclidienne marginalement ouverte pour  $\lambda = 0$  tendant vers une expansion exponentielle lorsque  $\lambda$  augmente.
- Géométrie spatiale hyperbolique (courbure négative) ouverte pour  $\lambda = 0$  tendant vers une expansion exponentielle lorsque  $\lambda$  augmente.

- Figure empruntée à JP Luminet

# L'Univers est Homogène et Isotrope

Un autre élément favorable au big bang est l'abondance des éléments légers tels que l'hydrogène, le deutérium (hydrogène lourd) l'hélium et le lithium. Pendant l'expansion les photons du RFC perdent de l'énergie du fait du décalage vers le rouge et le RFC se refroidit.

Vu à l'envers, ceci signifie que la température du RFC était très élevée dans le passé.

Quand il était âgé de seulement quelques minutes, la température était suffisamment élevée pour produire ces éléments légers par fusion nucléaire..

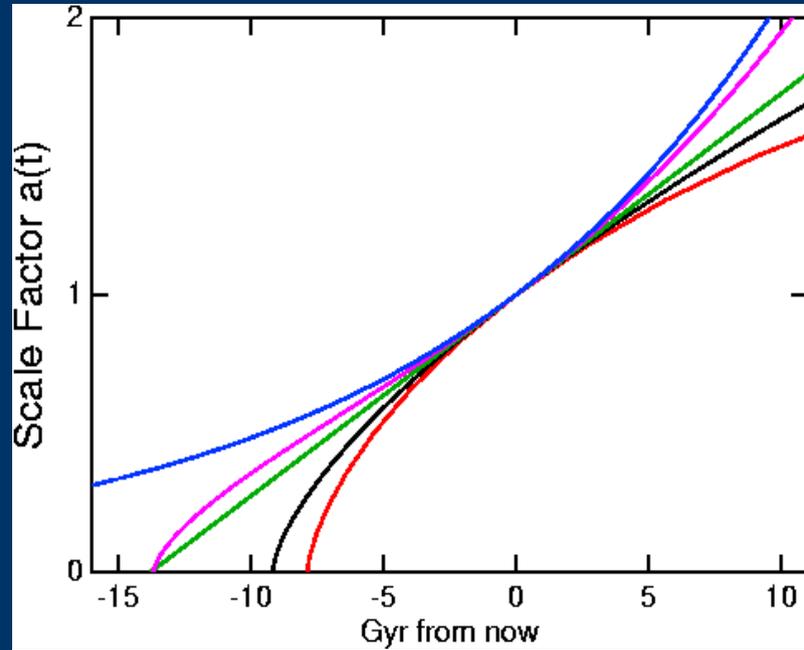
La théorie de la Nucléosynthèse du Big bang prédit qu'environ  $1/4$  de la masse de l'Univers doit être constituée d'hélium, ce qu'on observe approximativement.

L'abondance du deutérium est inversement proportionnelle à la densité de nucléons dans l'univers, et l'abondance observée de deutérium correspond à un nucléon pour 4 mètres cubes d'espace de l'Univers.

---

---

# Age de L'univers



L'âge de l'Univers dépend de  $\Omega_o$  et de  $H_o$ , (valeurs de  $\Omega$  et  $H$  mesurées « maintenant »), par exemple:

$\Omega_o = 1$ , densité critique, le facteur d'échelle vaut:  $a(t) = (t/t_o)^{2/3}$ , l'âge de l'Univers est  $t_o = (2/3)/H_o$

$\Omega_o = 0$ , univers vide,  $a(t) = t/t_o$  et  $t_o = 1/H_o$

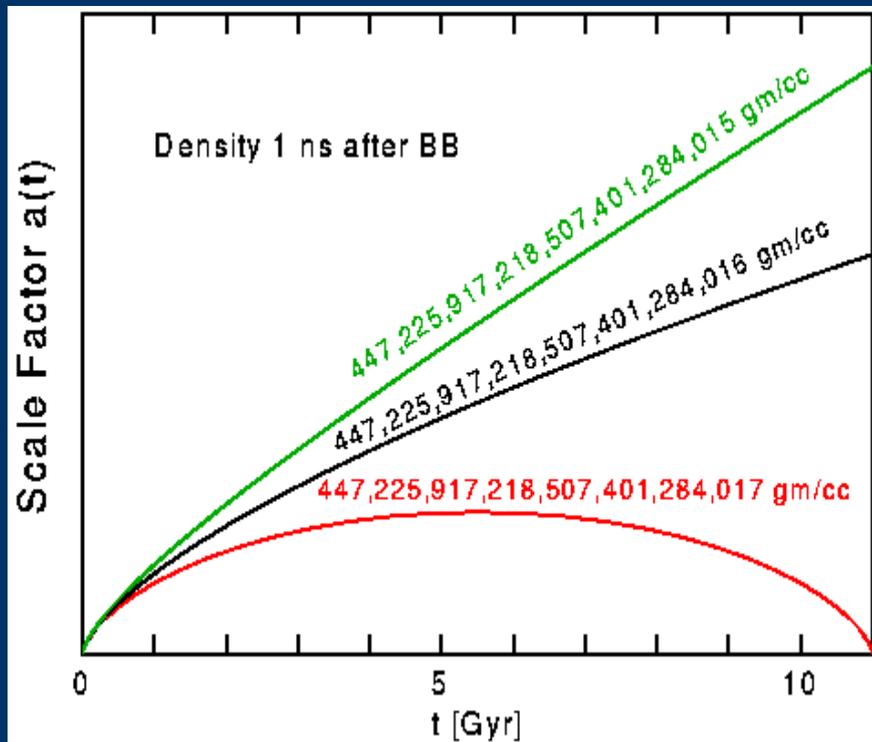
$\Omega_o > 1$ , l'âge de l'Univers  $t_o < (2/3)/H_o$ .

La figure ci dessus montre le facteur d'échelle fonction du temps mesuré à partir de maintenant pour  $H_o = 71 \text{ km/sec/Mpc}$  et  $\Omega_o = 0$  (vert),  $\Omega_o = 1$  (noir), et  $\Omega_o = 2$  (rouge) avec  $\lambda = 0$ , le modèle WMAP avec  $\Omega_m = 0.27$  et  $\Omega_v = 0.73$  (magenta) et le modèle stationnaire avec  $\Omega_v = 1$  (bleu). L'âge de l'Univers (origine pour  $a(t) = 0$ ), est respectivement 13.8, 9.2, 7.9, 13.7 et  $\infty$  Ga dans ces 5 modèles. Quel âge aura t'il dans 24 H? Il faudra remesurer  $\Omega_o, H_o$  et recalculer l'âge. Sera t'il supérieur de  $24H$ ?

Cela dépend du rapport entre le temps cosmologique et notre temps propre (comme nous ne sommes pas co-mobiles ils ne sont pas égaux)!

Notons que la re-contraction du modèle avec  $\Omega_o = 2$  se produit quand l'Univers est 11 fois plus vieux qu'il n'est aujourd'hui, ce qui nous laisserait un peu de temps!

# Le Problème de la platitude et de la longévité de l'Univers



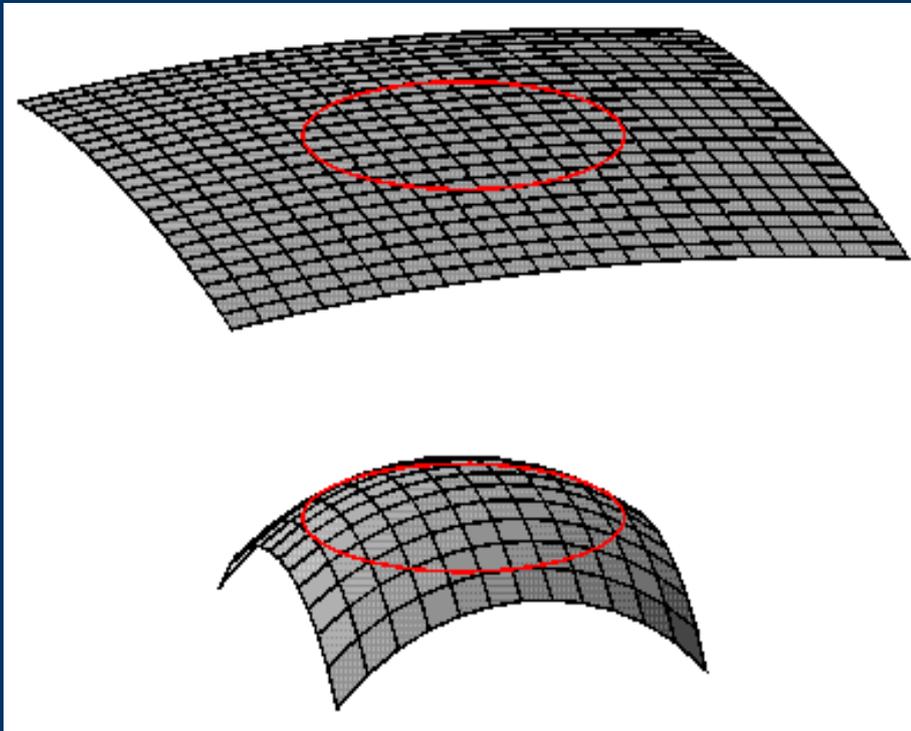
Si  $\Omega_0 > 1$ , l'expansion de l'Univers va s'arrêter et s'inverser, et alors  $\Omega$  va tendre vers l'infini.

Si  $\Omega_0 < 1$ , l'univers va s'étendre sans fin et la densité va décroître plus vite que la densité critique donc  $\Omega$  va devenir de plus en plus petit.

Donc  $\Omega = 1$  est une valeur limite instable dont le moindre écart a tendance à s'amplifier et il est étonnant qu'il soit si proche de 1 maintenant

La figure ci dessus montre  $a(t)$  pour trois modèles de densité différentes à  $t = 1$  nanoseconde, ( $\approx 30$  GeV), après le Big Bang. La courbe noire représente la densité critique = 447 225 917 218 507 401 284 016  $g/cm^3$ . **Ajouter seulement 1  $g/cm^3$  à ces 447 sextillions  $g/cm^3$  ferait que le Big Crunch se produirait maintenant. Retirer 1  $g/cm^3$  donne un modèle avec un  $\Omega$  bien plus faible que ce que nous observons.**

# Inflation et platitude

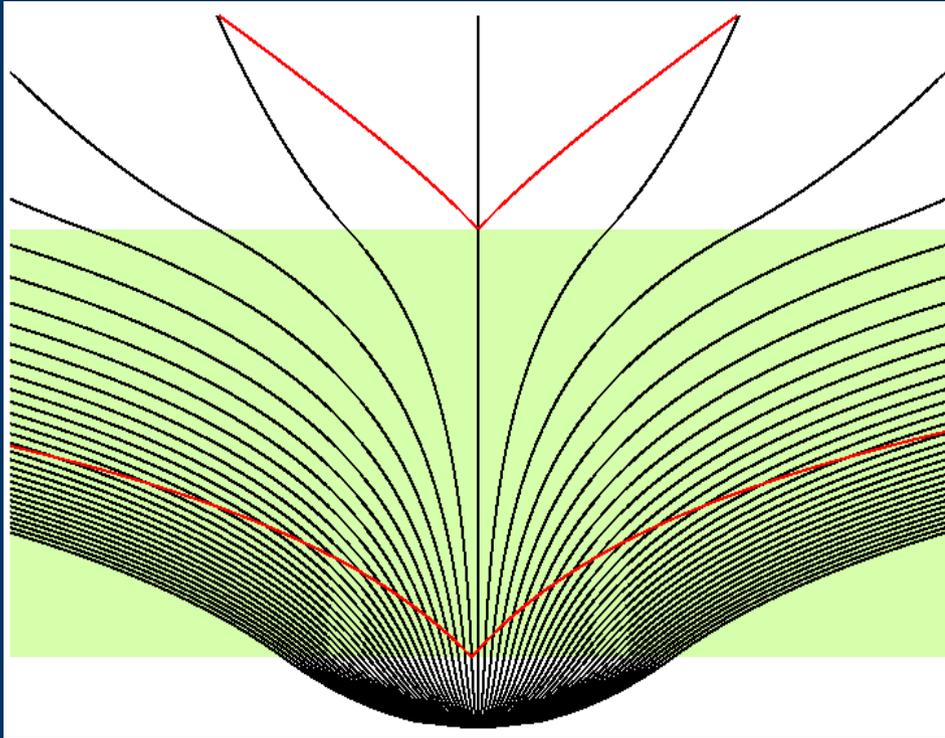


Le diagramme ci contre montre notre horizon représenté sur une sphère de grand rayon en haut et sur une plus petite sphère en bas.

Comme nous ne pouvons pas voir au delà de notre horizon, dans le cas inflationniste, sur cette sphère de grand rayon , l'univers nous paraît presque " plat".

Ceci résout le problème de platitude et de longévité sous condition que cette période d'expansion exponentielle dure au moins 100 fois plus longtemps que l'âge de l'Univers quand elle a commencé. Si avant l'inflation l'univers avait la taille d'un proton ( $10^{-15}\text{m}$ ) comme  $\exp(100) \approx 10^{43}$ , à la fin de l'inflation la taille était de  $10^{30}\text{ cm} \approx 1000\text{ Gigaparsecs} > 100$  fois la taille estimée aujourd'hui !!!

# Inflation et Horizon

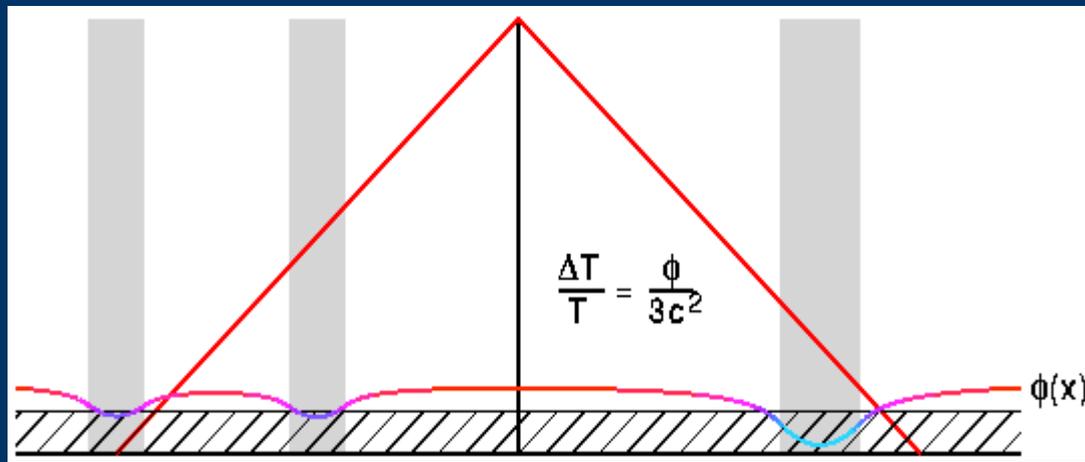


L'inflation résout aussi le problème de l'horizon, car le cône de lumière du futur d'un événement qui s'est produit avant l'inflation est énormément dilaté par le processus d'inflation couvrant ainsi après l'inflation, une région très étendue de l'Univers.

Ce diagramme d'espace temps montre l'époque inflationniste teintée en vert, et les cônes de lumière du futur issus de deux événements en rouge.

L'événement avant l'inflation couvre une région très importante qui peut recouvrir tout notre horizon, alors que l'autre plus tardif est plus "normal". Ceci peut expliquer pourquoi la température du RFC est si uniforme dans tout le ciel.

# Structure à grande échelle et Anisotropie



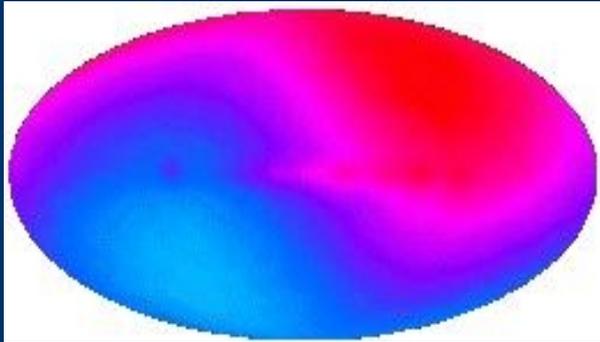
Bien sûr l'Univers n'est pas parfaitement homogène et isotrope car il contient des régions denses comme les galaxies et les humains. Ces régions denses devraient modifier la température du RFC.

Sachs et Wolfe (1967, ApJ, 147, 73) ont évalué l'effet des perturbations du potentiel gravitationnel sur le RFC. Le potentiel gravitationnel  $\Phi = -GM/r$ , va être négatif dans des grumeaux denses et positif dans les régions moins denses.

Les photons perdent de l'énergie pour émerger des puits de potentiel associés aux grumeaux. Le diagramme d'espace temps "conforme" ci dessus représente les grumeaux par des barres verticales grises, l'époque avant le découplage hachurée et le potentiel gravitationnel par une courbe codée par couleurs  $\Phi(x)$ .

Quand notre cône de lumière du passé coupe la surface de découplage nous voyons une température modulée telle que  $dT/T = \Phi/3c^2$ .

# Anisotropie dipolaire

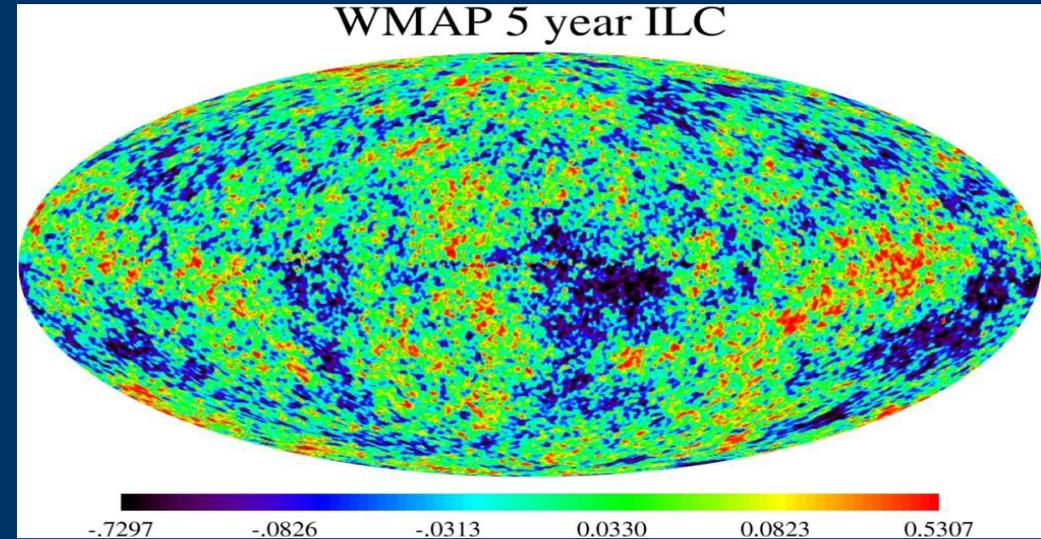
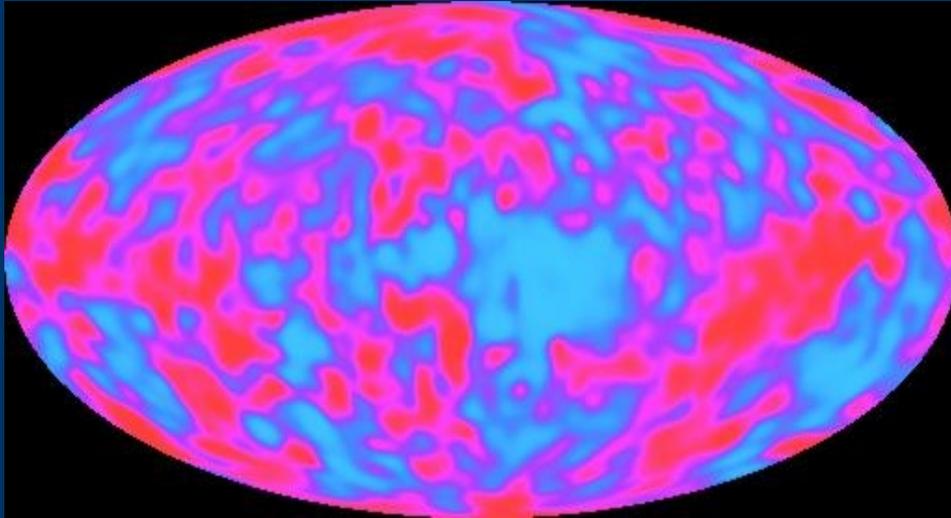


Sachs et Wolfe ont prédit des fluctuations  $dT/T$  allant jusqu'à  $1\%$ , mais nous savons maintenant que l'Univers est bien plus homogène que Sachs et Wolfe le pensaient

Donc les observateurs travaillent depuis des années à améliorer la sensibilité pour détecter ces petites fluctuations. La première anisotropie détectée fut l'anisotropie dipolaire par Conklin en 1969: La représentation du RFC ci dessus est celle du satellite COBE et est bien meilleure que celle qu'avait détecté Conklin.

La partie rouge est plus chaude d'un facteur  $(v/c)*T_o$ , tandis que la partie bleue du ciel est plus froide du même facteur  $(v/c)*T_o$ , où la vitesse évoquée est  $v = 368 \text{ km/sec}$ . C'est ainsi que nous mesurons la vitesse du système solaire par rapport à l'Univers observable. Il s'est écoulé 23 ans avant que l'anisotropie prédite par Sachs et Wolfe soit détectée par Smoot *et al* en 1992. L'amplitude était de  $1 \text{ pour } 100,000$  au lieu de  $1\%$  mais est cohérente avec le  $\Lambda$ CDM model, [Wright *et al* 1992 *ApJL*, 396,13].

# Cartes du RFC



La carte à gauche (COBE) ci dessus montre l'anisotropie cosmique (et le bruit du détecteur) après soustraction du motif dipolaire et du rayonnement équatorial de la voie lactée. L'anisotropie de cette carte a un écart type  $30 \mu K$ , et si cela est converti en potentiel gravitationnel en utilisant les travaux de Sachs et Wolfe's et si on exprime ce potentiel par une hauteur dans un champ gravitationnel uniforme d'intensité égal au champ terrestre ( au sol), nous obtenons une hauteur qui est égale à **deux fois la distance Terre - Soleil**. Les montagnes et les vallées de l'Univers sont plutôt grandes. A droite dernière carte de WMAP (2008)

# Conclusion

COBE du fait de sa faible résolution, ne fut pas capable de discerner des domaines suffisamment petits correspondant aux "germes" des amas ou même super amas de galaxies, mais si nous utilisons la propriété "que le spectre de puissance est indépendant d'échelle" pour extrapoler les données de COBE à des échelles plus petites, nous trouvons que les forces gravitationnelles sont suffisamment fortes pour produire les amas tels que nous les voyons, mais sous réserve que ces forces ne soient pas opposées à d'autres.

Si la matière de l'univers n'est composée que de éléments chimiques ordinaires, alors il y avait des forces importantes qui s'opposaient avant le découplage, car les électrons libres qui sont maintenant liés à des atomes se couplaient très facilement avec les photons et étaient très efficaces pour diffuser les photons du fond Cosmologique.

Nous pouvons donc conclure que l'essentiel de la matière dans l'univers est de la "matière sombre" qui n'émet pas, n'absorbe pas, et ne diffuse pas la lumière (photons). De plus les observations des supernovae distantes ont montré que la composante principale de l'univers était de l'énergie du vide ce qui produit une expansion accélérée de l'univers. Cette conclusion étrange a été confortée par une analyse plus fine de l'anisotropie du RFC qui a été une des missions de WMAP.

---

---

# L'équation d'Einstein

- Entre 1907 et fin 1915 Einstein s'est intéressé à l'application de la théorie de la relativité à la gravitation.
- Il a essentiellement procédé par analogie avec l'équation de Poisson telle qu'elle est définie en mécanique classique:  $\Delta\Phi = 4\pi G\rho$
- De son intuition que la gravitation n'était pas une force mais la manifestation de la courbure de l'espace temps (ceci pour satisfaire au principe d'équivalence) il a construit la relativité générale qui est une théorie géométrique de la gravitation dont l'équation fondamentale s'écrit:

$$(\mathbf{R}_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu} \mathbf{R}) = 8\pi G T_{\mu\nu}$$

- A gauche c'est un objet géométrique (le tenseur d'Einstein, constitué du tenseur de Ricci et de sa trace pour respecter la conservation covariante de l'énergie-impulsion) à la place du potentiel newtonien et à droite c'est l'expression de la matière énergie en relativité.
  - Dans l'application cosmologique il a rajouté ultérieurement une constante cosmologique pour trouver une solution statique qui a donné lieu de nombreux débats et rebondissements.
- 
-

# Métrie de Robertson Walker, équations de Friedmann

- En utilisant les propriétés d'isotropie et d'homogénéité de l'espace, on peut déduire une forme générique de métrique  $g_{\mu\nu}$ , qu'on va pouvoir utiliser dans l'équation d'Einstein pour dériver les équations de Friedmann.
- Cette métrique, en coordonnées sphériques, s'écrit:

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) [ dr^2/(1-kr^2) + r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) ]$$

- En insérant cette métrique dans l'équation de Friedmann et en choisissant le référentiel tel que le tenseur énergie impulsion soit diagonal, ce qui montre que c'est la matière qui détermine ce référentiel particulier où les observateurs au repos sont co-mobiles de l'expansion, on va obtenir deux équations de Friedmann.
  - Une pour la composante temporelle, l'autre pour une composante spatiale (l'univers étant homogène et isotrope une seule équation suffit). On utilise:
- $a''/a = - (4\pi G/3).(\rho + 3 p)$
  - $(a'/a)^2 = 8\pi.G.\rho/3 - k/a^2$
- On peut aussi utiliser l'équation de conservation.

$$d(\rho.a^3) / dt = a^3 ( \rho' + 3 p. a'/a ) = - p.d ( a^3 ) / dt .$$