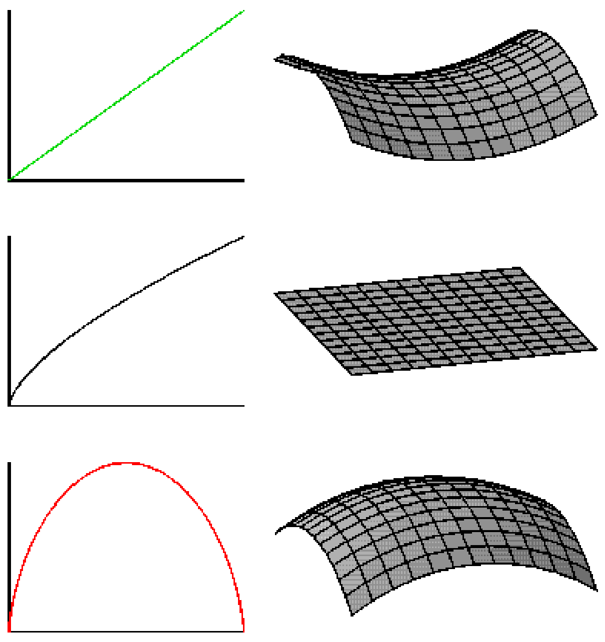
Cours de cosmologie: Troisième partie

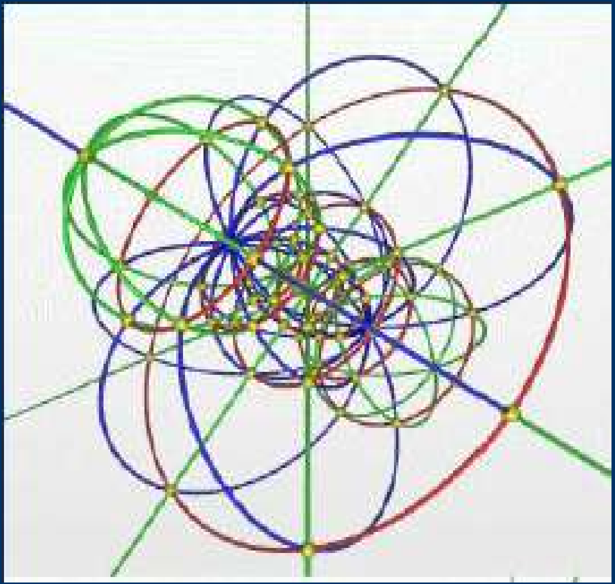
Adapté librement par Jacques Fric du cours de Cosmologie du Pr Edward Wright (avec son aimable autorisation) Printemps 2009

Courbure spatiale, « platitude », âge et horizon

Courbure Spatiale



Géométrie représentée en 2D



Hypersphère

Une conséquence de la Relativité est que la courbure de l'espace dépend du rapport $\rho/\rho_{crit} = \Omega$. Rappelons que ρ peut être constitué de différentes composantes ayant des comportements différents vis à vis de l'expansion. La dilution peut être en a^{-3} (poussière), a^{-4} (lumière) ou a^{0} (pas de dilution: constante cosmologique). Dans le modèle ΛCDM au début l'univers a été dominé par la lumière puis la poussière a pris le relais au de 150 000 ans environ et enfin l'énergie noire est dominante (et le sera de plus en plus) depuis 4 milliards d'années environ.

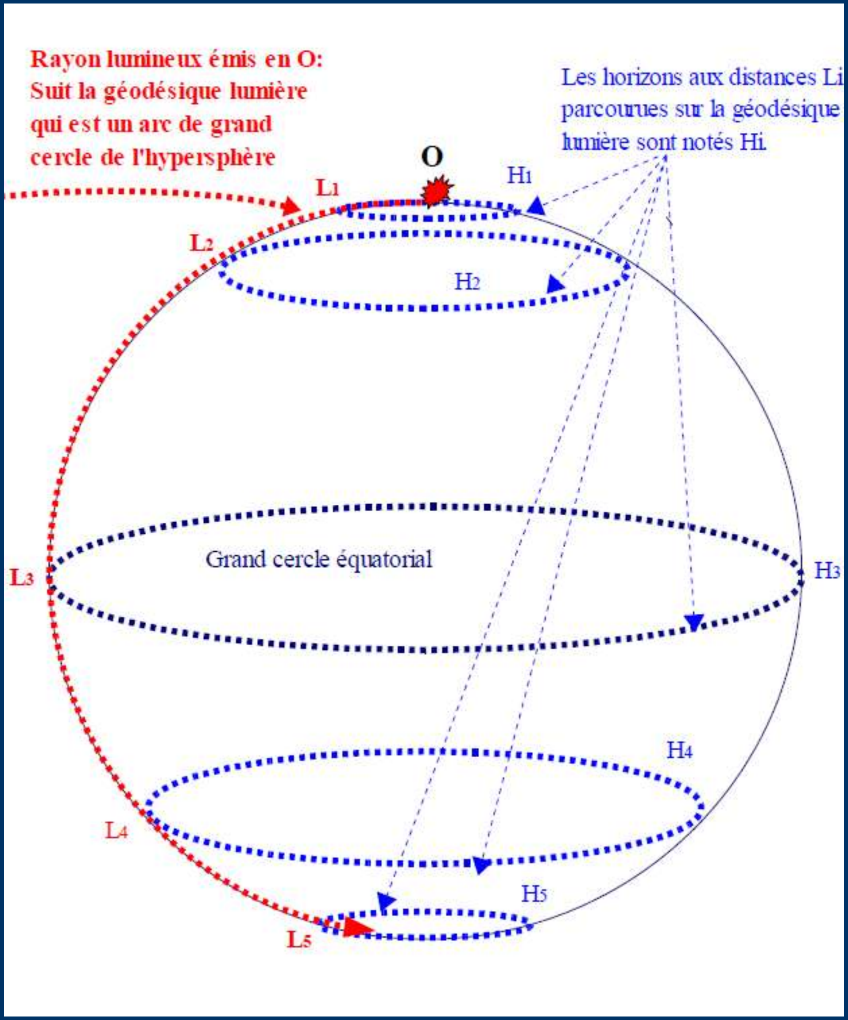
Pour $\Omega < 1$, l'univers a une géométrie courbée négativement, une géométrie 3D (hyper)hyperbolique. Nous avons vu que le cas particulier de densité zéro correspond bien a une géométrie hyperbolique (de volume fini!) du fait que les strates temporelles [à temps constant] en coordonnées de la Relativité Restreinte sont des hyperboloïdes.

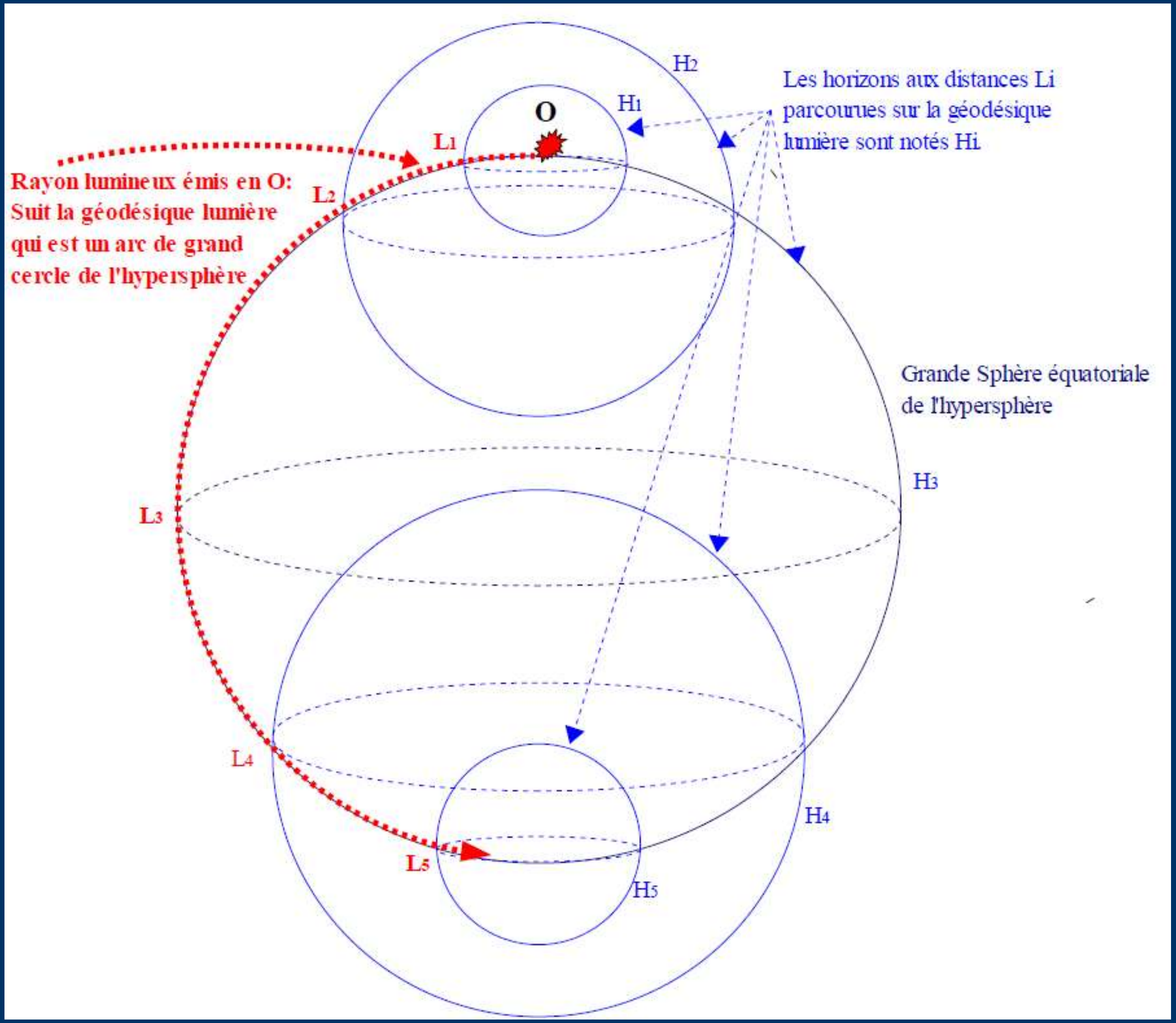
Pour $\Omega = 1$, l'univers a une géométrie 3D à courbure nulle, euclidienne.

Pour $\Omega > 1$, l'univers a une géométrie 3D à courbure positive, une géométrie (hyper)sphérique: Volume de l'hypersphère $V= 2\pi^2R^3$.

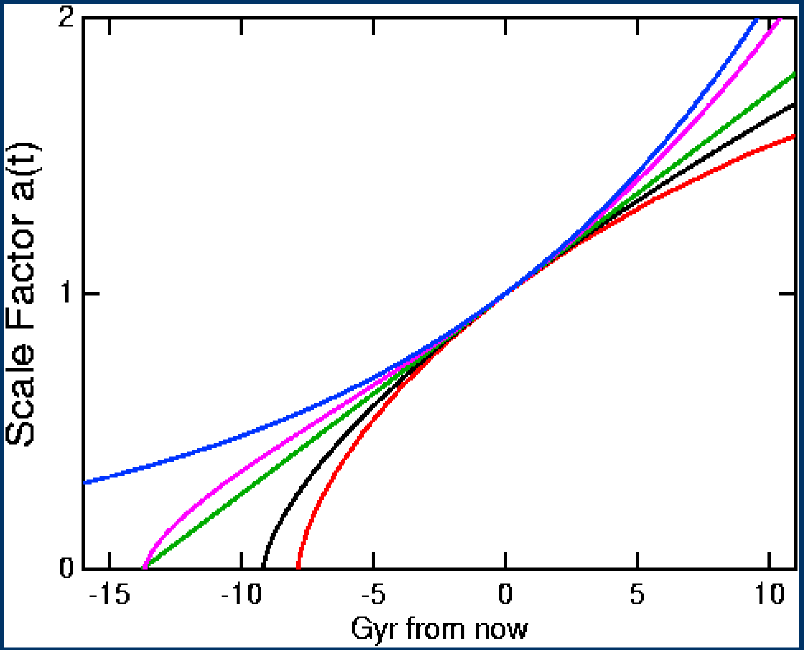
La figure en haut représente les trois cas de courbure (représentées en 2 D) et leur courbes $a(t)$ associées en supposant la constante cosmologique $\lambda = 0$, ce qui n'est pas le cas dans le modèle adopté aujourd'hui . Si $\lambda \neq 0$, $\Omega > 1$ correspond toujours à une hypersphère mais elle peut s'étendre indéfiniment du fait du caractère répulsif de λ.

Sphère - Hypersphère





Age de L'univers



L'âge de l'Univers dépend de Ω_o et de H_o, (valeurs de Ω et H mésurées « maintenant »), par exemple:

$\Omega_0 = 1$, densité critique, le facteur d'échelle vaut: $a(t) = (t/t_o)^{2/3,}$ l'âge de l'Univers est $t_o = (2/3)/H_o$

$\Omega_0 = 0$, univers vide, $a(t) = t/t_o$ et $t_o = 1/H_o$

$\Omega_o > 1$, l'âge de l'Univers $t_0 < (2/3)/H_o$.

La figure ci dessus montre le facteur d'échelle fonction du temps mesuré à partir de maintenant pour $H_o = 71$ *km/sec/Mpc* et $\Omega_o = 0$ (vert), $\Omega_o = 1$ (noir), et $\Omega_o = 2$ (rouge) avec $\lambda = 0$, le modèle WMAP avec $\Omega_m = 0.27$ et $\Omega_v = 0.73$ (magenta) et le modèle stationnaire avec $\Omega_v = 1$ (bleu). L'âge de l'Univers (origine pour $a(t) = 0$), est respectivement *13.8, 9.2, 7.9, 13.7* et ∞ *Ga* dans ces *5* modèles. Quel âge aura t'il dans 24 H? Il faudra remesurer Ω_o ,H_0 *et* recalculer l'âge. Sera t'il supérieur de *24H*?

Cela dépend du rapport entre le temps cosmologique et notre temps propre (comme nous ne sommes pas co-mobiles ils ne sont pas égaux)!

Notons que la re-contraction du modèle avec $\Omega_o = 2$ se produit quand l'Univers est 11 fois plus vieux qu'il n'est aujourd'hui, ce qui nous laisserait un peu de temps!

L'age de l'univers

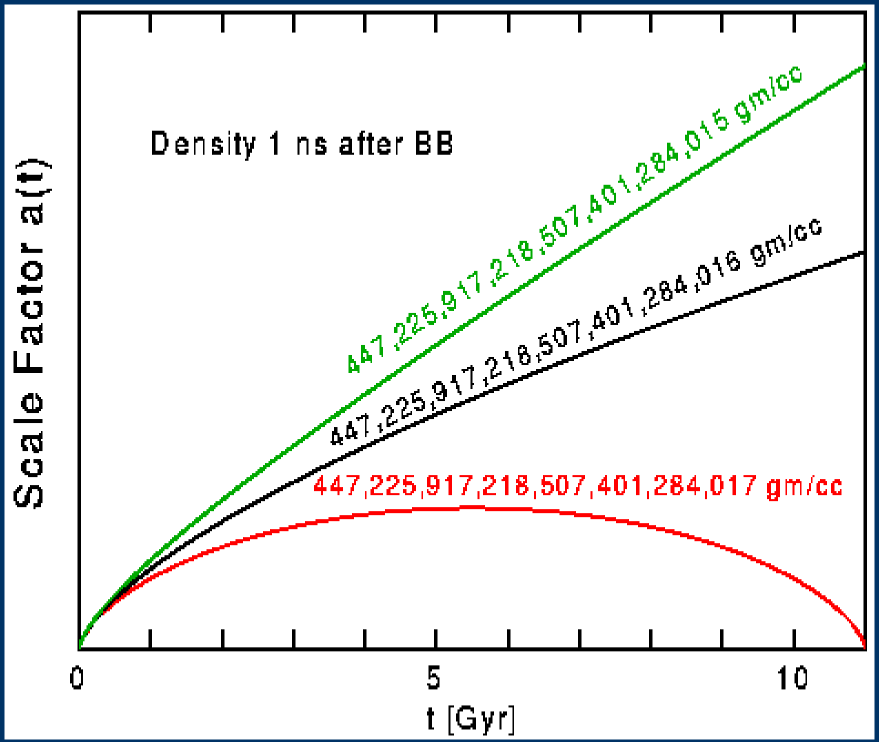
$H_o{*}t_o$ est un nombre sans dimension qui vaut *1* si l'Univers est vide (ou presque) ou *2/3* si l'Univers a une densité critique. En 1994 Freedman *et al* trouvèrent $H_o = 80 +/- 17$ avec $t_o = 14.6 +/- 1.7\ Ga$, nous trouvons que $H_o{*}t_o = 1.19 +/- 0.29$.

Ceci semble privilégier un Univers vide mais une erreur égale à *2* fois l'écart standard vers le bas nous amène au cas critique.

Comme l'âge des amas globulaires utilisés avant et que la valeur de H_o dépendent de l'échelle de distance de la même manière, une erreur résidant dans l'échelle de distance pourrait influer largement sur la valeur de $H_o{*}t_o$.

En fait des données récentes du satellite HIPPARCOS suggèrent que la distance des Céphéides devrait être augmentée de *10%* et par conséquent l'âge des amas globulaires réduit de *20%*. Si nous prenons la dernière valeur du HST pour $H_o = 72+/- 8$ (Freedman *et al* 2001) et la dernière estimation de l'âge des amas globulaires $t_o = 13.5 +/- 0.7\ Ga$, nous trouvons $H_o{*}t_o = 0.99 +/- 0.12$, ce qui est compatible avec l'univers vide mais aussi avec un univers en accélération ce qui est le modèle retenu aujourd'hui.

Le Problème de la platitude et de la longévité de l'Univers



Si $\Omega_o > 1$, l'expansion de l'Univers va s'arrêter et s'inverser, et alors Ω va tendre vers l'infini.

Si $\Omega_o < 1$, l'univers va s'étendre sans fin et la densité va décroître plus vite que la densité critique donc Ω va devenir de plus en plus petit.

Donc $\Omega = 1$ est une valeur limite instable dont le moindre écart a tendance à s'amplifier et il est étonnant qu'il soit si proche de *1* maintenant

La figure ci dessus montre *a(t)* pour trois modèles de densité différentes à $t = 1$ nanoseconde, (≈ 30 GeV), après le Big Bang. La courbe noire représente la densité critique = *447 225 917 218 507 401 284 016* g/cm^3. Ajouter seulement *1* g/cm^3 à ces *447* sextillions g/cm^3 ferait que le Big Crunch se produirait maintenant. Retirer *1* g/cm^3 donne un modèle avec un Ω bien plus faible que ce que nous observons.

Problème de la platitude

Donc la densité, *1* ns après le Big Bang était incroyablement proche de *1* (écart =*1 / 447* sextillion). Plus on remonte dans le temps pire c'est (jusqu'à 10^{-59}!) .

Si la densité est un poil trop élevée, l'univers se re-contracte illico et si elle est un poil plus élevé il se dilue très rapidement. L'écart par rapport à la valeur $\Omega = 1$, en plus ou en moins, est amplifié par l'expansion. Si on appelle $\delta(t)$ cet écart, $\delta(t) = \Omega(t) - 1$:

On montre que: $\delta(t) = (k/a^2)/(8\pi G\rho/3)$ est proportionnel à:

$a^2(t)$ pendant la phase dominée par le rayonnement jusqu'à $t < 150\,000$ ans environ.

$a(t)$ pendant la phase dominée par la matière pour $t > 150\,000$ ans environ.

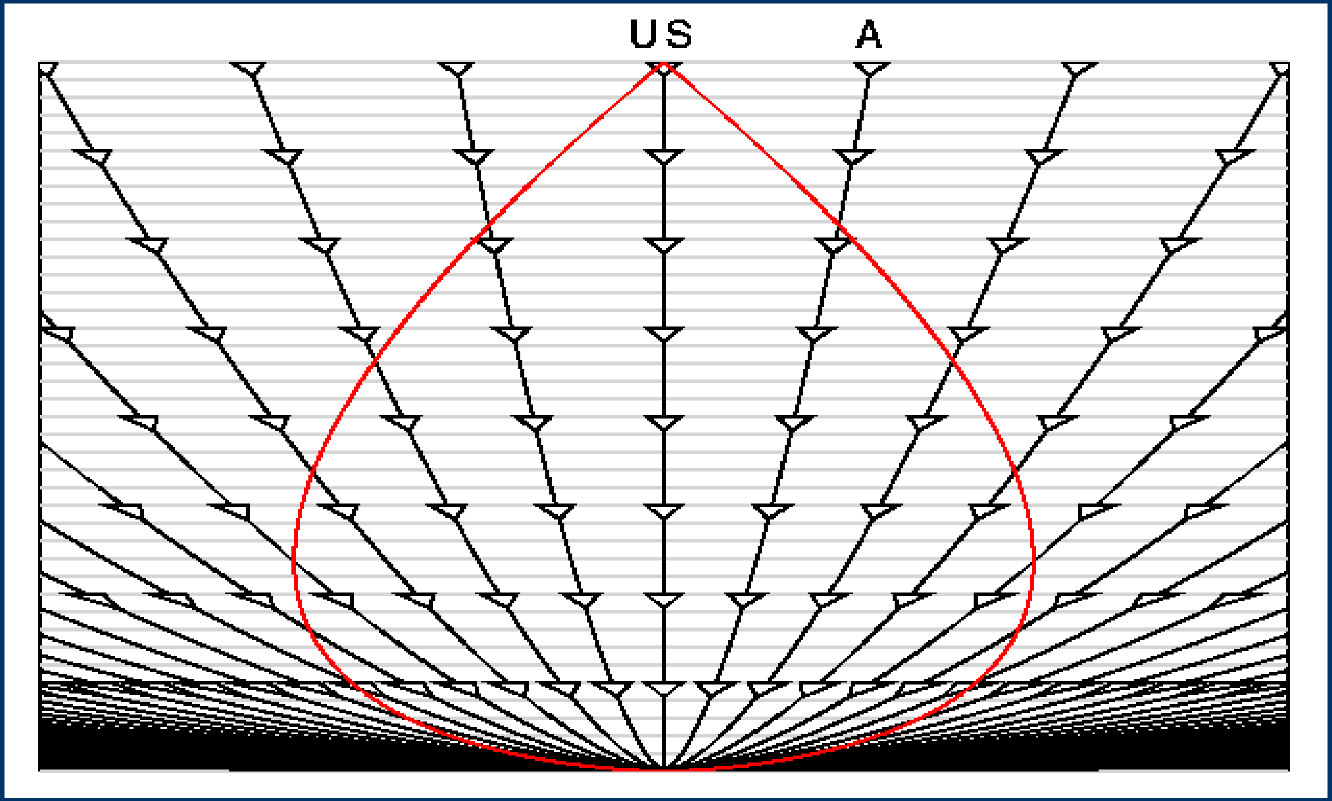
Ceci est appelé le problème de la longévité de l'Univers.

Comme la densité critique correspond à une géométrie plate, cela est aussi appelé le problème de la platitude ou problème de platitude et de longévité.

Quel que soit le mécanisme qui a produit cette densité critique, il a bien fonctionné et ce serait une coïncidence remarquable si Ω_o valait près de 1 mais pas exactement *1*.

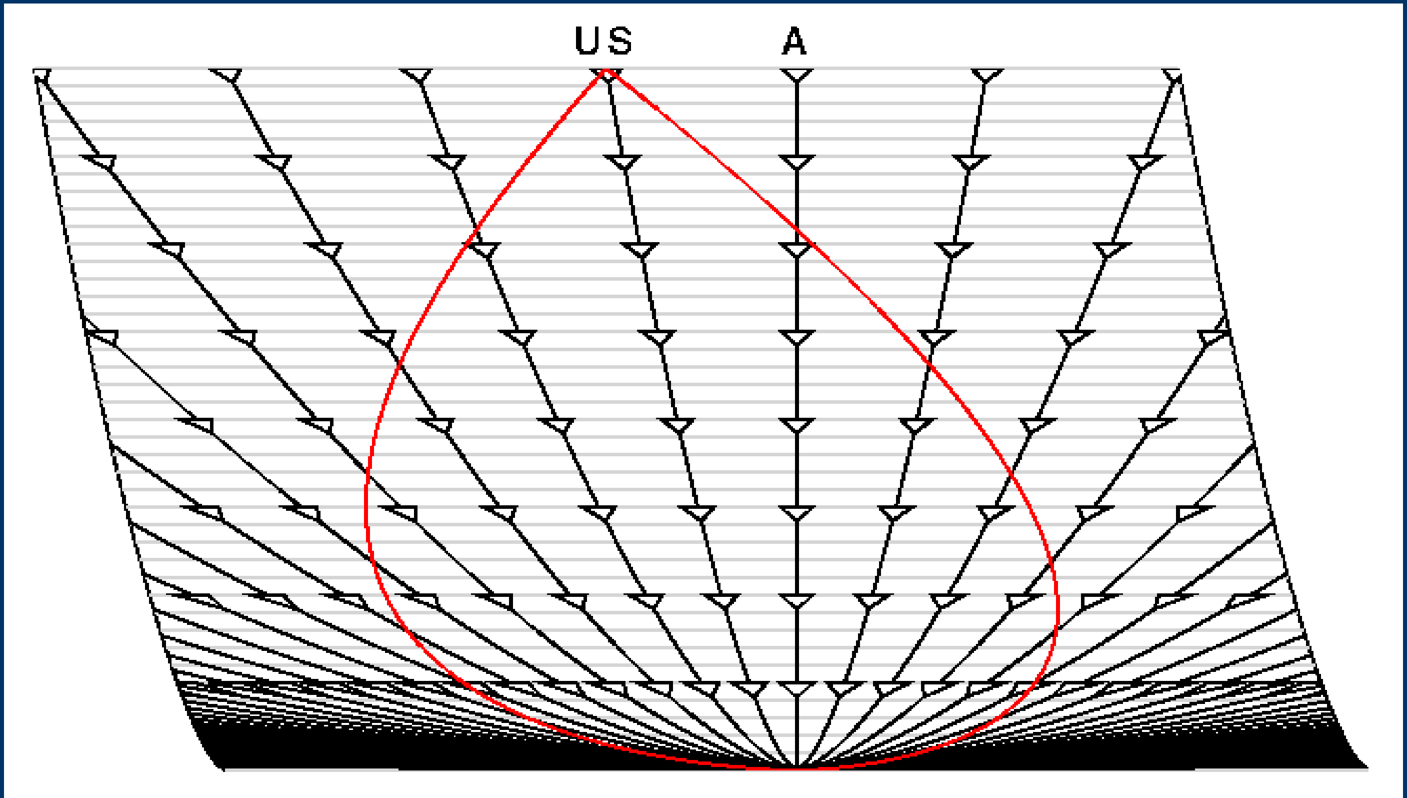
[Comme une valeur exacte est incompatible avec la physique cela nous conduira à rechercher une autre solution: l'inflation].

Diagrammes d'espace temps



Le modèle correspondant à une densité critique est représenté ci dessus Remarquons que les lignes d'univers sont maintenant courbées du fait de la gravitation qui provoque un ralentissement de l'expansion. En fait chaque ligne d'univers est proportionnelle à $a(t)$, qui vaut $A*(t/t_o)^{2/3}$ pour $\Omega_o = 1$, où A est une constante. La courbe rouge en forme de poire correspond à notre cône du passé (modelé en poire par l'expansion).

Diagrammes d'espace temps



Le diagramme précédent était tracé de notre point de vue (notre galaxie est au "centre" du diagramme), mais comme l'Univers est homogène, ce diagramme est identique du point de vue de n'importe quel galaxie . Comme le montre le diagramme ci dessus, représenté du point de vue de la galaxie de ligne d'univers A. (Si on assimile ceci à un "château de cartes" vu par la tranche, alors dans ce cas, le" château de cartes" est incliné!).

Commentaires sur ces diagrammes

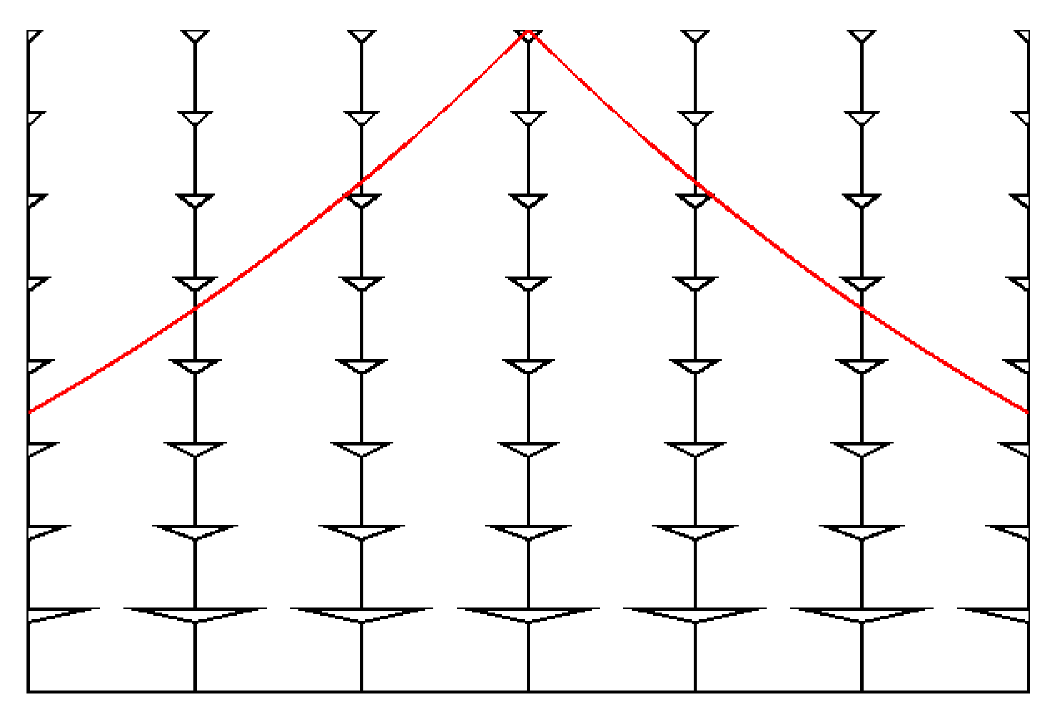
Remarquons que ce n'est pas une transformation de Lorentz, et que ces coordonnées ne sont pas celles de la Relativité Restreinte où la transformation de Lorentz est applicable.

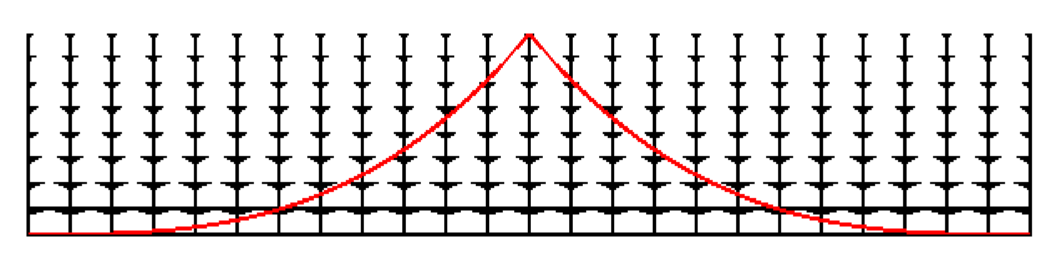
La transformation galiléenne qui peut être faite en inclinant les cartes de cette manière exige que le dessus du "château" reste droit, et en aucun cas la transformation de Lorentz ne peut être ainsi faite car il n'y a pas de temps absolu.

Mais dans les modèles cosmologique, nous avons le temps cosmologique, qui est le temps propre écoulé depuis le Big Bang, mesuré par les observateurs co-mobiles et il peut être utilisé pour construire un tel château de cartes.

La gravitation présente dans le modèle implique un espace temps courbe impossible à représenter sans distorsion dans un espace temps plat. Si chaque système de coordonnées représente de façon distordue l'Univers, nous pouvons aussi bien utiliser un système de coordonnées qui nous convient et matérialiser la distorsion par l'enveloppe des cônes de lumière.

Diagrammes dans d'autres coordonnées





Il peut être intéressant de ne pas visualiser l'expansion, ce que montre le diagramme d'espace temps ci contre où la coordonnée spatiale a été divisée par $a(t)$. Alors les lignes d'univers des galaxies sont verticales (la distance entre galaxies est la distance fixe comobile).

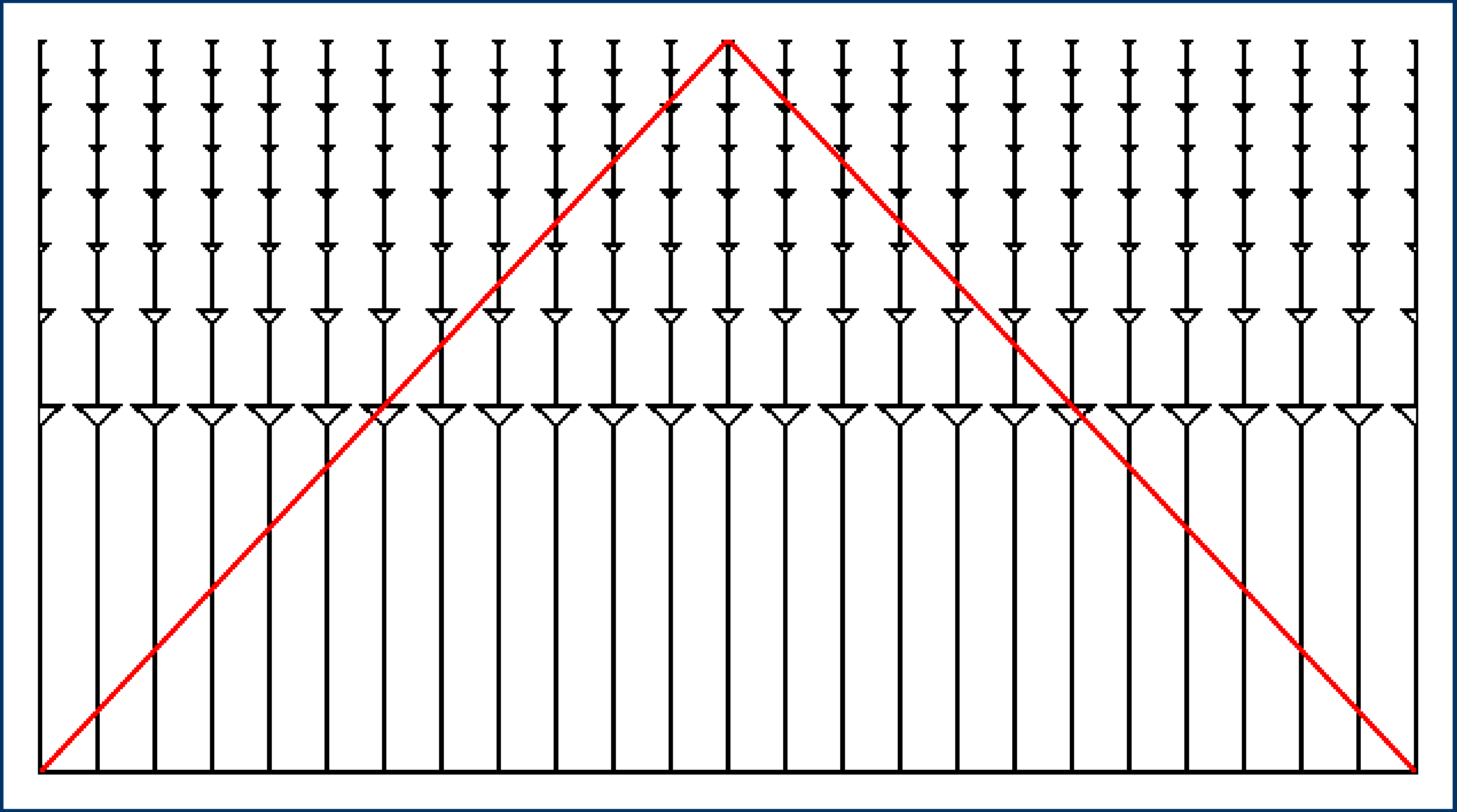
L'écrasement des cônes de lumière est lié à la division par $a^2(t)$ de la métrique. Pour l'univers critique ($k = 0$), pour la métrique RW radiale cela s'écrit:

$$ds^2/a(t)^2 = -dt^2/a(t)^2 + dr^2 .$$

Pour $ds = 0$ (photons)$\rightarrow dr/dt = a(t)^{-1}$.

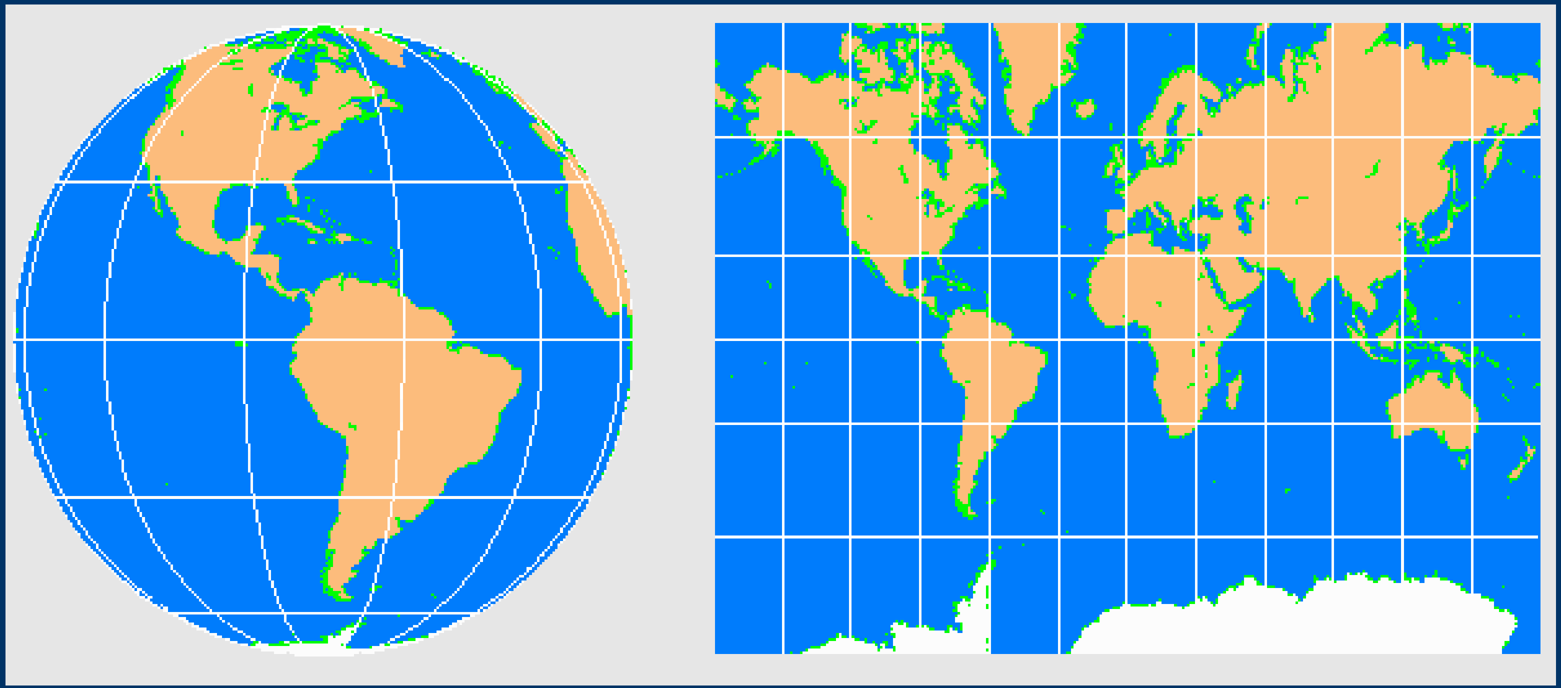
Cette division a eu pour effet de dilater notre cône de lumière du passé, retraçons le diagramme pour montrer ce cône de lumière dans sa totalité.

Diagrammes dans d'autres coordonnées



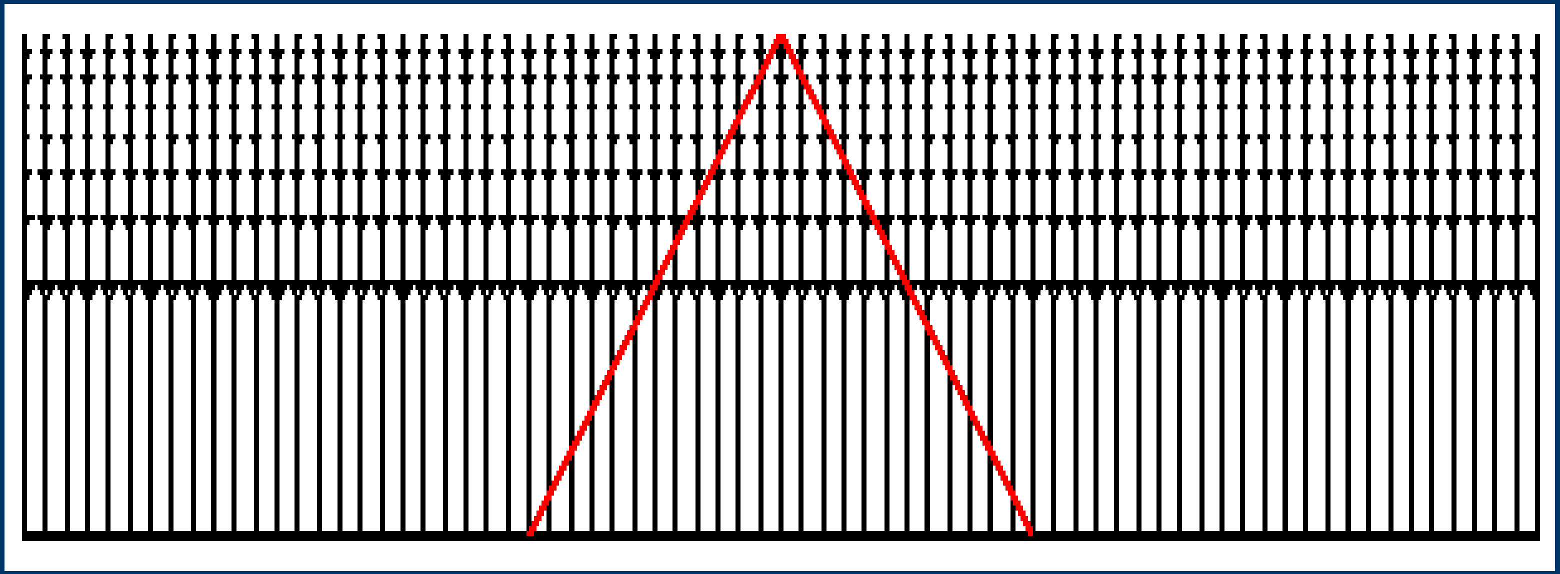
Si nous dilatons l'axe des temps lorsqu'on remonte vers le big bang, nous obtenons le diagramme d'espace temps suivant qui a un cône de lumière du passé non déformé. En posant $d\eta = dt/a(t)$ la métrique RW radiale critique s'écrit: $ds^2 = a(\eta)^2(-d\eta^2 + dr^2)$.
Ce type de diagramme d'espace temps est appelé diagramme d'espace temps "conforme" et est très utile lorsqu'on étudie l'univers primordial où $a(t) << 1$.

Diagrammes dans d'autres coordonnées



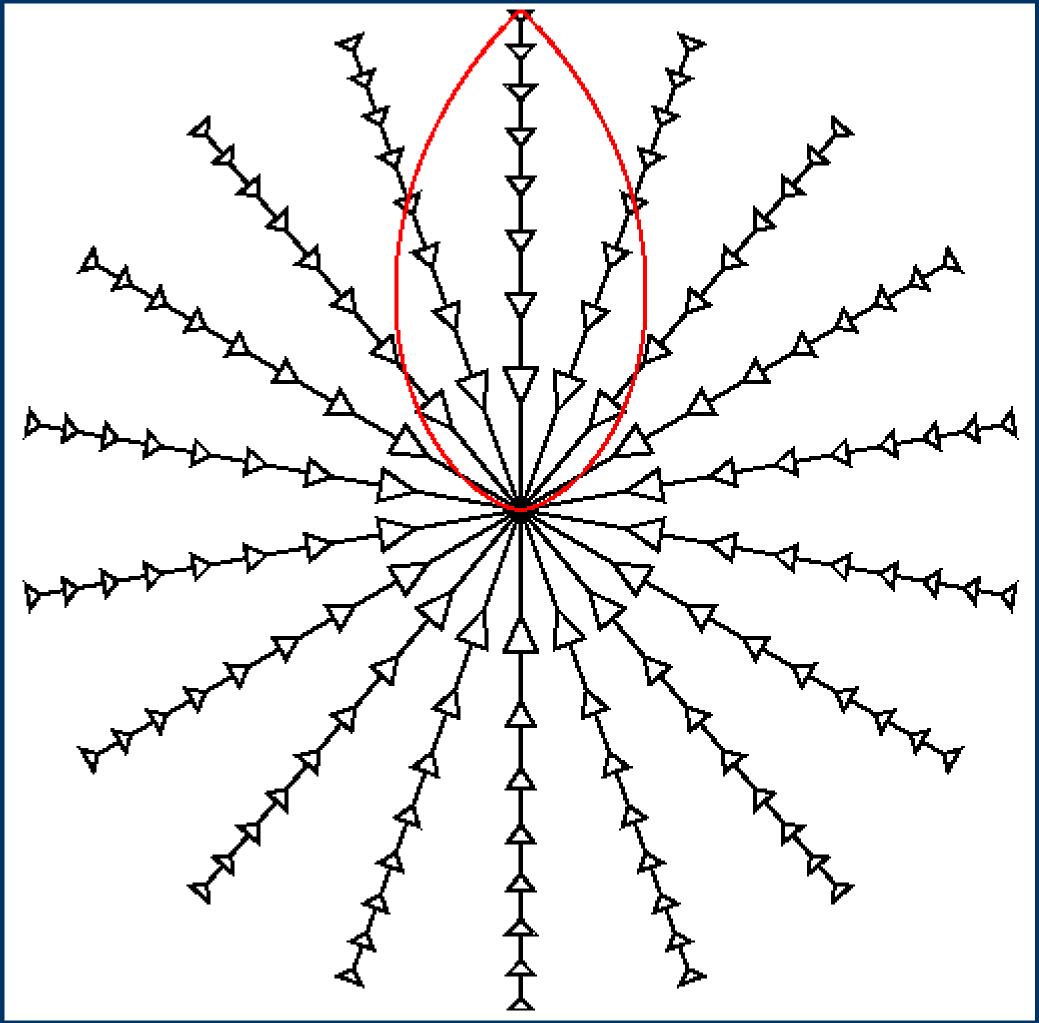
Cette transformation est analogue à celle opérée en géographie pour obtenir la projection de Mercator de la Terre représentée à droite ci dessus. Remarquons qu'un cap "Sud- Est" constant est une ligne droite sur la projection de Mercator, de façon analogue aux cônes de lumière du passé "euclidiens" sur le diagramme d'espace temps conforme.

Diagrammes dans d'autres coordonnées



Rappelons aussi que pour $Omega_o = 1$, l'espace temps **s'étend à l'infini ,** donc le diagramme d'espace temps conforme s'étend au delà de notre cône de lumière du passé, comme montré ci dessus.

Diagrammes dans d'autres coordonnées



On peut aussi utiliser d'autres coordonnées. On peut associer une coordonnée angulaire à la coordonnée spatiale (coordonnées polaires). Dans ce cas le changement de point de vue d'observateur est très simple. La symétrie de la situation est évidente, comme on le voit sur le diagramme ci contre. Un modèle avec $\Omega_o = 2$ (qui est en fait "rond") est tracé ainsi avec a(t) comme coordonnée radiale. Le cône de lumière du passé d'un observateur atteint la moitié de l'univers dans ce modèle.

Problème de l'Horizon

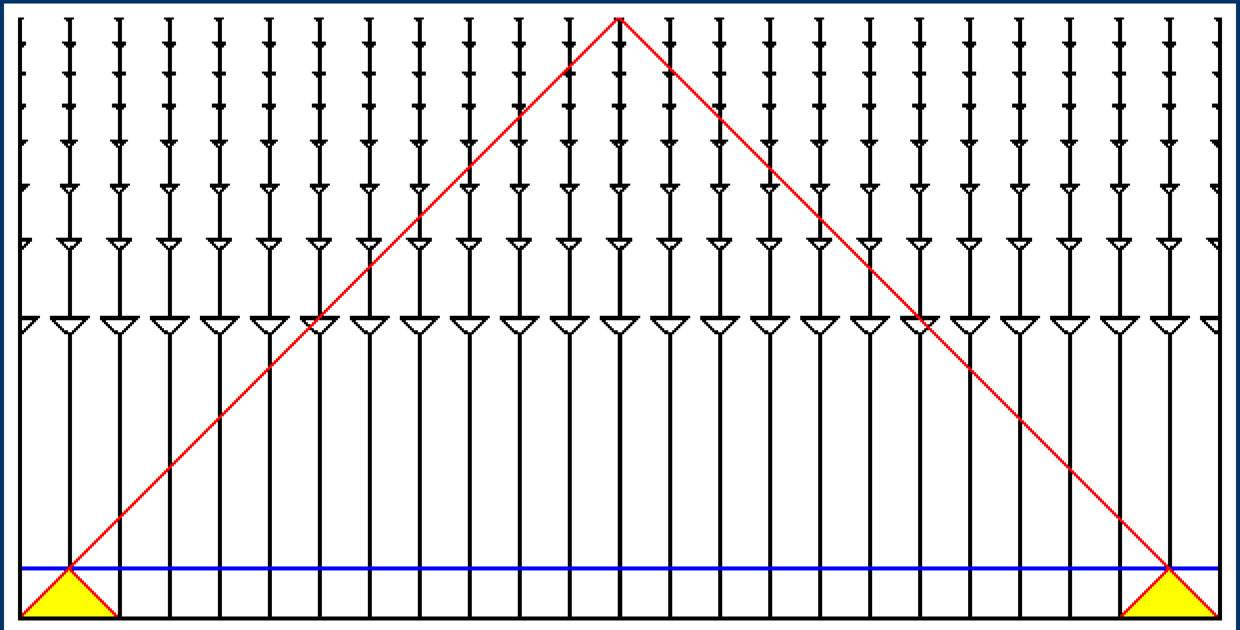
Le diagramme d'espace temps "conforme" est un bon outil pour décrire la signification de l'anisotropie observée du RFC.

L'univers était opaque avant que les électrons et les protons se combinent pour former des atomes d'hydrogène quand la température tomba sous les *3 000 K* à un décalage vers le rouge $1+z = 1090$. Après cela les photons du RFC ont pu voyager librement dans l'Univers devenu transparent que nous observons aujourd'hui. Donc la température du RFC d'un point donné du ciel devait être déterminée au moment où les atomes d'hydrogène ont été formés, habituellement appelé re-combinaison, encore que combinaison serait plus approprié du fait que c'était la première fois [on dit aussi découplage].

Comme les longueurs d'onde du RFC suivent la même loi d'échelle que les distances intergalactiques vis à vis de l'expansion de l'Univers nous savons que $a(t)$ devait être de *0.0009* au découplage. Pour le modèle avec $\Omega_o = 1$, ceci implique que $t/t_o = 0.00003$, donc pour t_o d'environ *14 Ga*, ce temps est environ de *380 000* ans après le Big Bang.

L'étirement de l'axe des temps, qui se traduit par un agrandissement de cette petite période de l'histoire de l'Univers, dans le diagramme "conforme" est très appréciable pour mieux l'examiner en détail.

Problème de l'Horizon



Le diagramme conforme ci dessus a exagéré l'agrandissement encore plus, en prenant le décalage vers le rouge à la recombinaison égal à $1+z = 144$, ce qui est matérialisé par la ligne bleue. Les régions en jaune sont les cônes du passé des évènements qui sont dans notre cône du passé au moment du découplage Tout événement ayant un lien causal avec la température du RFC de la partie gauche du ciel se trouve dans le cône en jaune à gauche. Itou pour la partie droite, en remplaçant gauche par droit. Ces régions n'ont aucun évènement commun, mais leurs températures diffèrent de moins de *0,01%*. Comment est ce possible? C'est ce qu'on appelle le problème de l'horizon en Cosmologie