Cours de cosmologie: Deuxième partie

Adapté librement par Jacques Fric du cours de Cosmologie du Pr Edward Wright (avec son aimable autorisation) Printemps 2009

Homogénéité et isotropie, diverses distances, facteur d'échelle

Le principe cosmologique

L'Univers est homogène et isotrope

Dire que l'Univers est homogène signifie que toutes les caractéristiques mesurables de l'univers sont les mêmes partout.

Ceci n'est approximativement vrai, mais cela se révèle être une excellente approximation sur des domaines très étendus.

Comme l'âge de l'Univers est une caractéristique observable, l'homogénéité de l'univers doit se retrouver sur une surface de temps propre constant depuis le Big bang.

La dilatation temporelle fait que le temps propre mesuré par un observateur dépend de la vitesse de cet observateur, donc nous précisons que la variable de temps t de la loi de Hubble est le temps propre écoulé depuis le Big Bang pour des observateurs comobiles

Conséquences de l'homogénéité et de l'isotropie

Le principe cosmologique est une hypothèse si forte qu'elle suffit à déterminer la métrique de l'espace-temps.

La forme générale de cette métrique, due à Robertson et à Walker, est postérieure aux travaux de Friedmann, Eddington et Lemaître sur les univers homogènes et isotropes.

Si l'univers est isotrope autour d'un point, tous les observateurs équidistants de ce point doivent observer les mêmes valeurs pour la densité, la température, la pression, la composition chimique, la vitesse d'expansion…

Si l'univers est isotrope en tout point, tous les observateurs observent ces mêmes valeurs partout (homogénéité).

Il existe alors dans l'espace-temps des hypersurfaces à 3 dimensions où ces propriétés locales ont la même valeur, un "feuilletage" de l'espace-temps en sous-espaces de symétrie maximale.

La normale à ces hypersurfaces, du genre temps, définit le "temps cosmique" t.

Vous avez dit distance? Distance de Hubble

La loi de Hubble (***v = HD***) est vraie pour toutes les valeurs de *D*, même très grandes qui donnent $v > c$, sous réserve d'interpréter correctement la distance *D* et la vitesse *v*.

La distance de la loi de Hubble est définie de telle sorte que si *A* et *B* sont deux galaxies que nous voyons dans la même direction, pas trop éloignées l'une de l'autre, respectivement à une distance *D(A)* et *D(B),* alors la différence des distances *D(B)- D(A)*, est la distance de *A* à *B* que *A* mesurerait.

Mais cette mesure doit être faite " maintenant", donc *A* doit faire cette mesure au même temps propre depuis le big bang que celui que nous constatons en ce moment. Cette distance est la distance géométrique qu'on peut calculer à partir de la métrique de Robertson Walker à temps constant: section spatiale (dt =0).

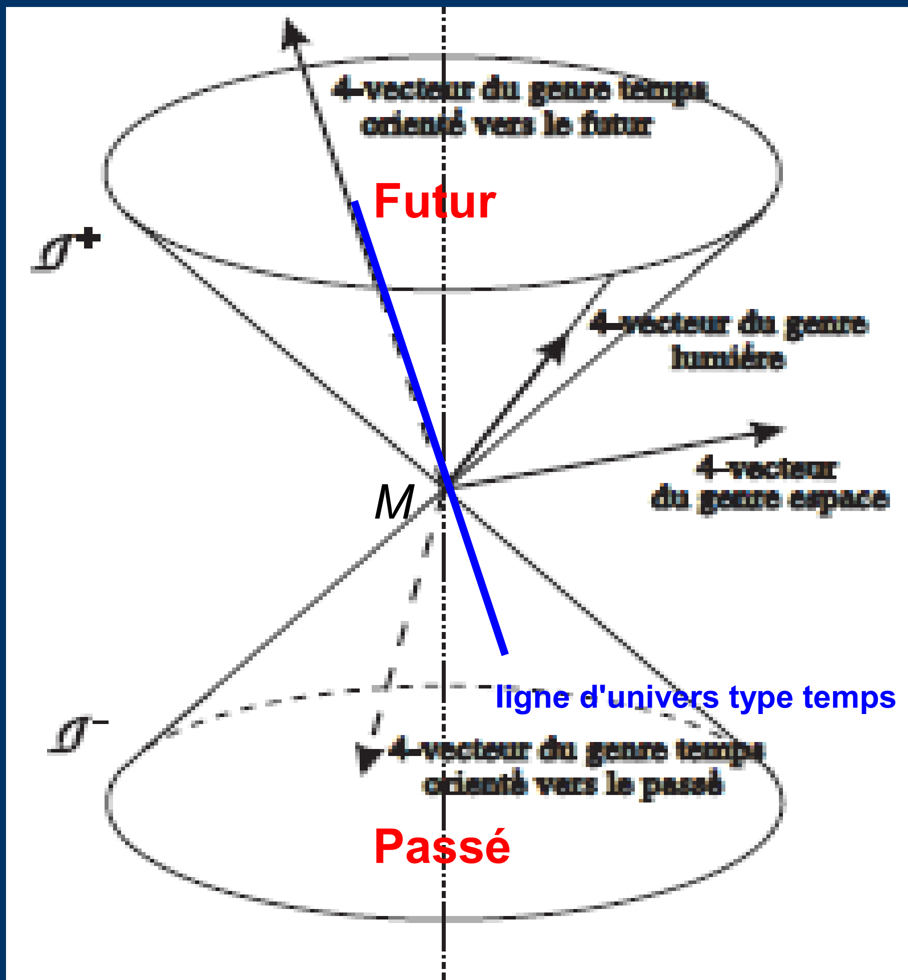
Donc pour déterminer la distance *D* d'une galaxie *Z*, nous devons trouver une " chaîne " de galaxies *ABC...XYZ* le long du chemin vers *Z* dont chacun des éléments est proche de ses voisins et faire que chaque galaxie mesure la distance vers sa galaxie qui lui succède au même temps t_o depuis le Big Bang.

La distance de *Z, D*(de nous à *Z*), est la somme* de tous ces petits intervalles.:

D(de nous à Z) = D(de nous à A) + D(A à B) + ... D(X à Y) + D(Y à Z).

**En fait c'est la limite de cette somme lorsque l'intervalle entre galaxies → 0.*

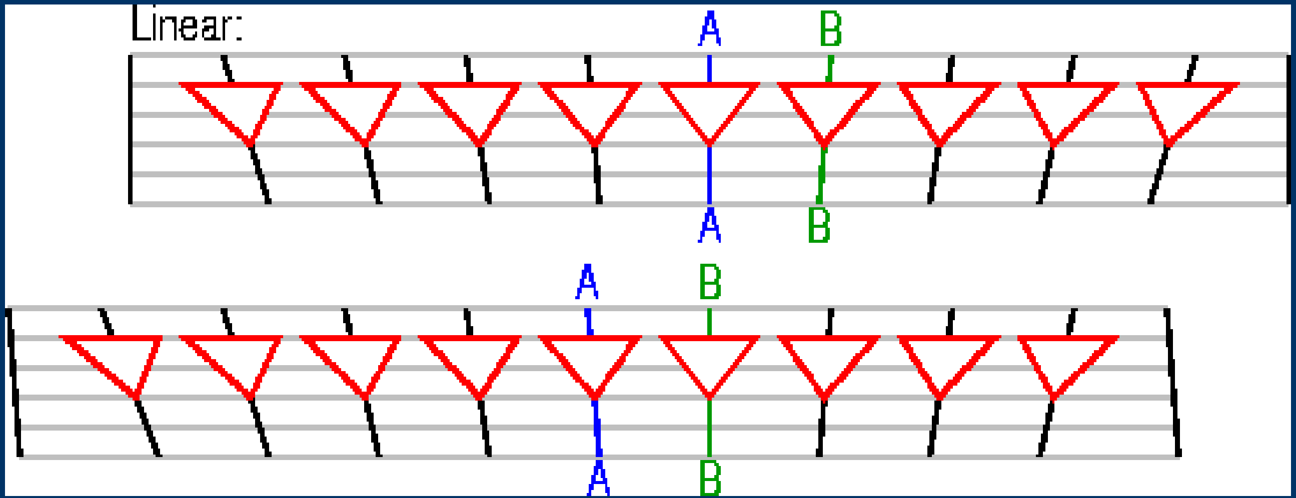
Cône de Lumière en RR, causalité, type des vecteurs, lignes d'univers



Structure causale de l'espace temps.
Elle est de nature conforme !

- La lumière a une vitesse finie *c*. Si un éclair *E* se produit en *M*, dans un espace isotrope la surface d'onde est une sphère qui se propage à la vitesse c dans toutes les directions. Ce qui caractérise le phénomène, c'est alors le rayon *r* de la sphère de la surface d'onde au temps *t*. On peut donc supprimer 2 dimensions sans perte de généralité. Ici on en a supprimé une (cône de lumière). La section du cône à *t* constant est un cercle de rayon *ct*. (grand cercle de la sphère isotrope)
- Cône du passé: Tout événement dans ce cône a pu causer *E* en *M*.
- Cône du futur: *E* en *M* peut causer tout événement dans le cône du futur.

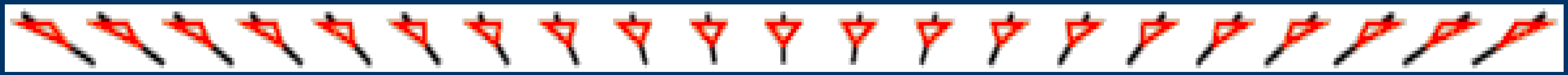
Distance de Hubble



La vitesse dans la loi de Hubble est alors la variation de D_{actuel} par unité de temps. C'est environ *c.z* pour les petits décalages vers le rouge (redshifts) mais s'en écarte pour les grands. Le diagramme d'espace temps ci dessus reproduit l'exemple du premier chapitre montrant comment le changement de point vue, lié au passage d'un observateur *A* à un observateur *B*, conserve la vitesse linéaire par rapport à la distance de la loi de Hubble, mais nous avons ajouté cette fois les cônes de lumière.

Remarquons que les cônes de lumière doivent s'incliner avec les lignes d'univers, montrant qu'avec ces variables cosmologiques la vitesse de la lumière est *c* par rapport aux observateurs locaux co-mobiles.

Distance de Hubble



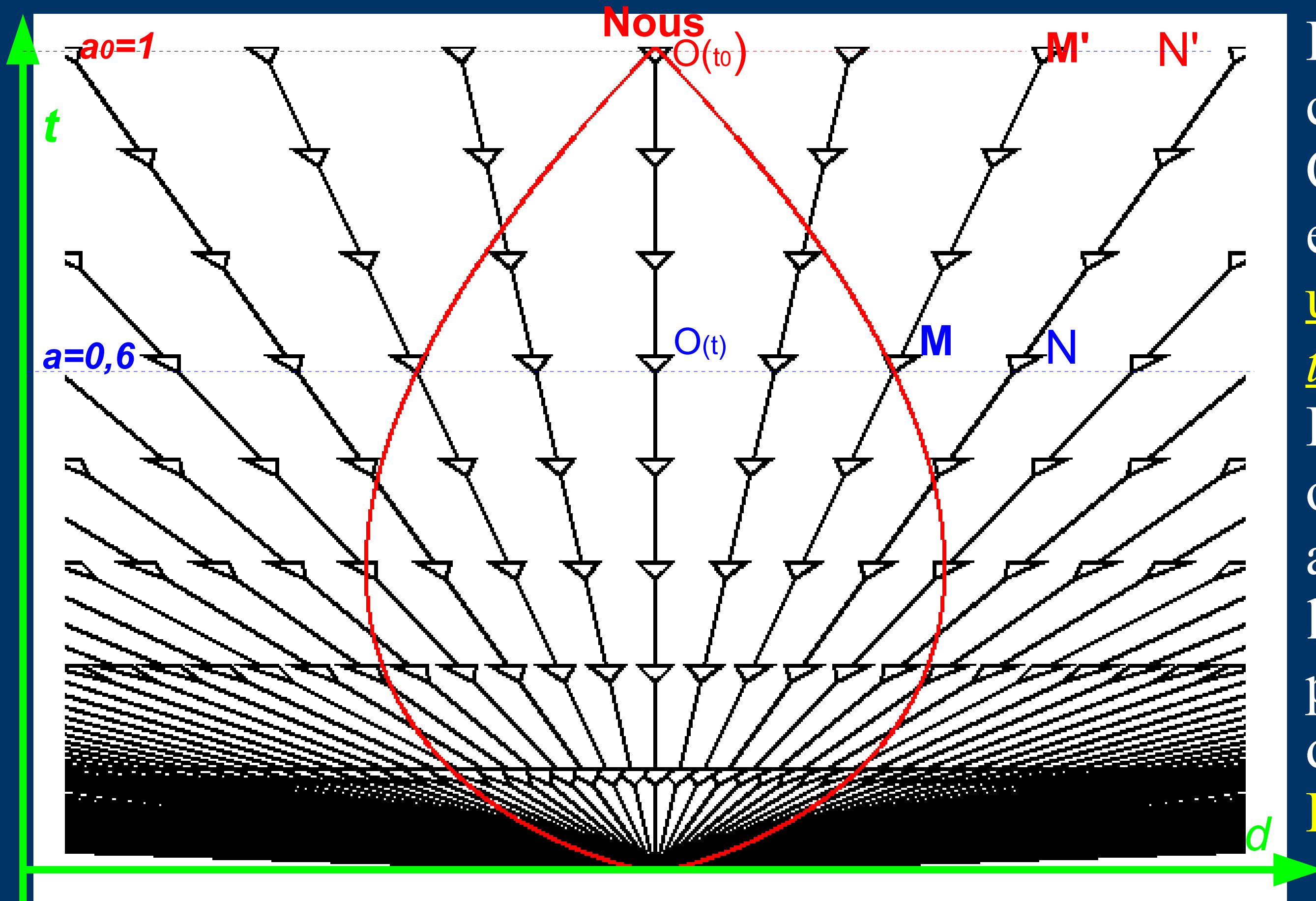
La loi de Hubble utilise des coordonnées de temps t et de distance x qui ne sont pas les mêmes qu'en Relativité Restreinte, ce qui est souvent source de confusion.

En particulier des Galaxies suffisamment éloignées de nous ont des « vitesses » d'éloignement supérieures à celle de la lumière.

Les cônes de lumière des galaxies distantes représentées dans le diagramme ci dessus sont inclinés au delà de la verticale indiquant $v > c$.

Dans la suite, nous allons tracer des diagrammes (plans) qui correspondent à une géométrie non euclidienne. Ceci ne peut se faire sans distorsion (exemple: Cartes planes de la Terre! Les cônes de lumière locaux (l'espace tangent est celui de la RR en RG) vont nous permettre de tracer cette distorsion pour tirer des conclusions correctes sur des figures manifestement fausses!

Distance de Hubble



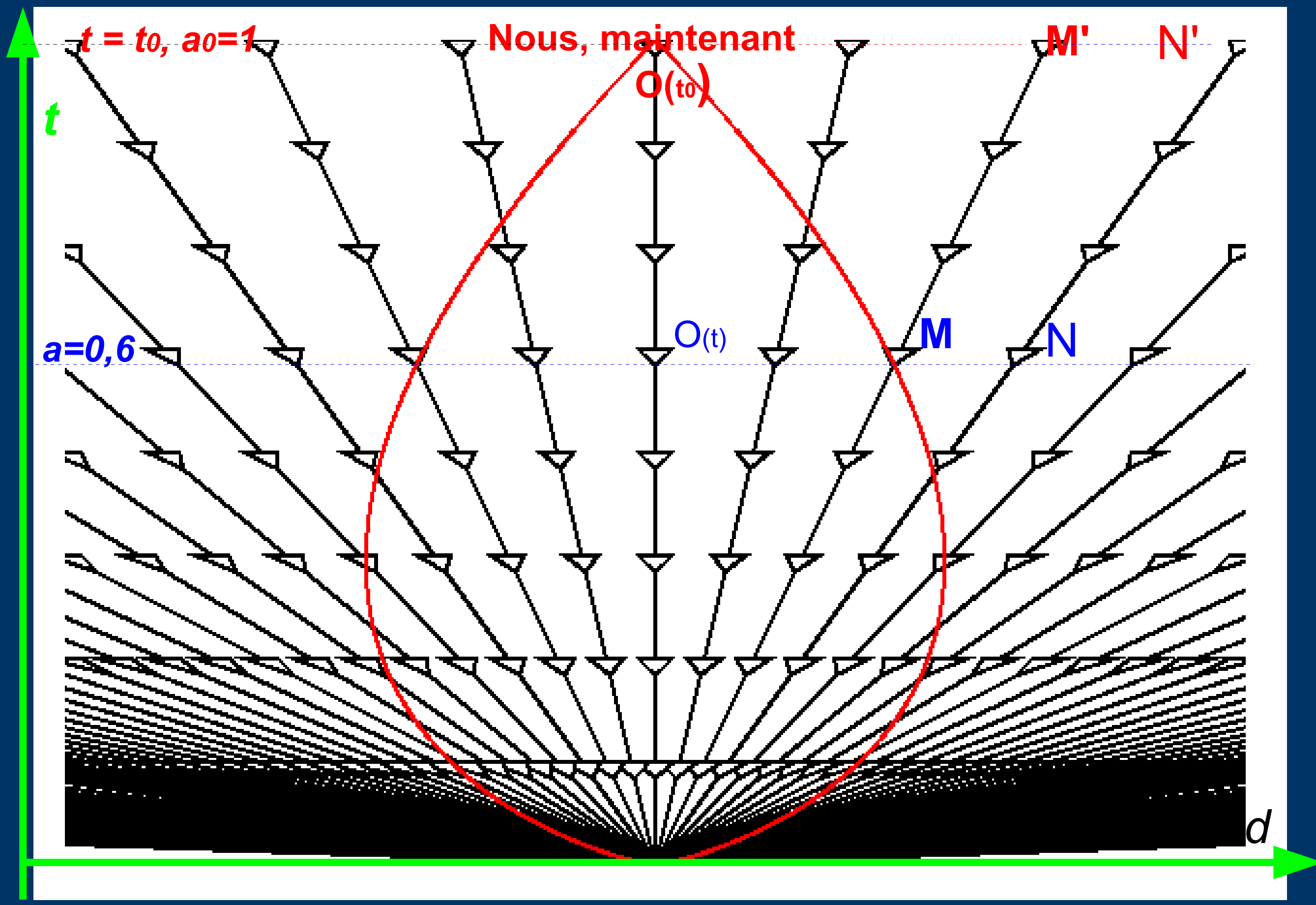
Le diagramme d'espace temps ci contre représente un modèle Cosmologique de densité zéro, en fait de densité très faible, qui utilise les coordonnées D_{actuel} et t de la loi de Hubble.

Les lignes d'Univers des observateurs co-mobiles sont assorties de quelques uns de leurs cônes de lumière locaux, permettant de visualiser la distorsion de la représentation.

Rappel: $z = a(t_r)/a(t_e) - 1 = a_0/a - 1$

La courbe rouge en forme de poire est notre "cône " du passé [qui tient compte de sa distorsion liée à l'expansion, d'où la forme]. Cette courbe rouge a localement la même pente que les petits cônes de lumière, dont on voit l'utilité. Dans cette représentation les vitesses supérieures à *c* sont possibles et comme les Univers ouverts sont spatialement infinis, elles sont en fait nécessaires.

Distance de Hubble



Les isochrones (t = *constante*) sont horizontales: Maintenant est noté t_0. Notre ligne d'univers est au centre. La ligne d'univers de la galaxie M est la deuxième à droite.

Nous voyons que sa distance de Hubble « maintenant » à t_0 où le facteur d'échelle vaut $a_0 = 1$ est représentée par le segment $O(t_0)M'$.

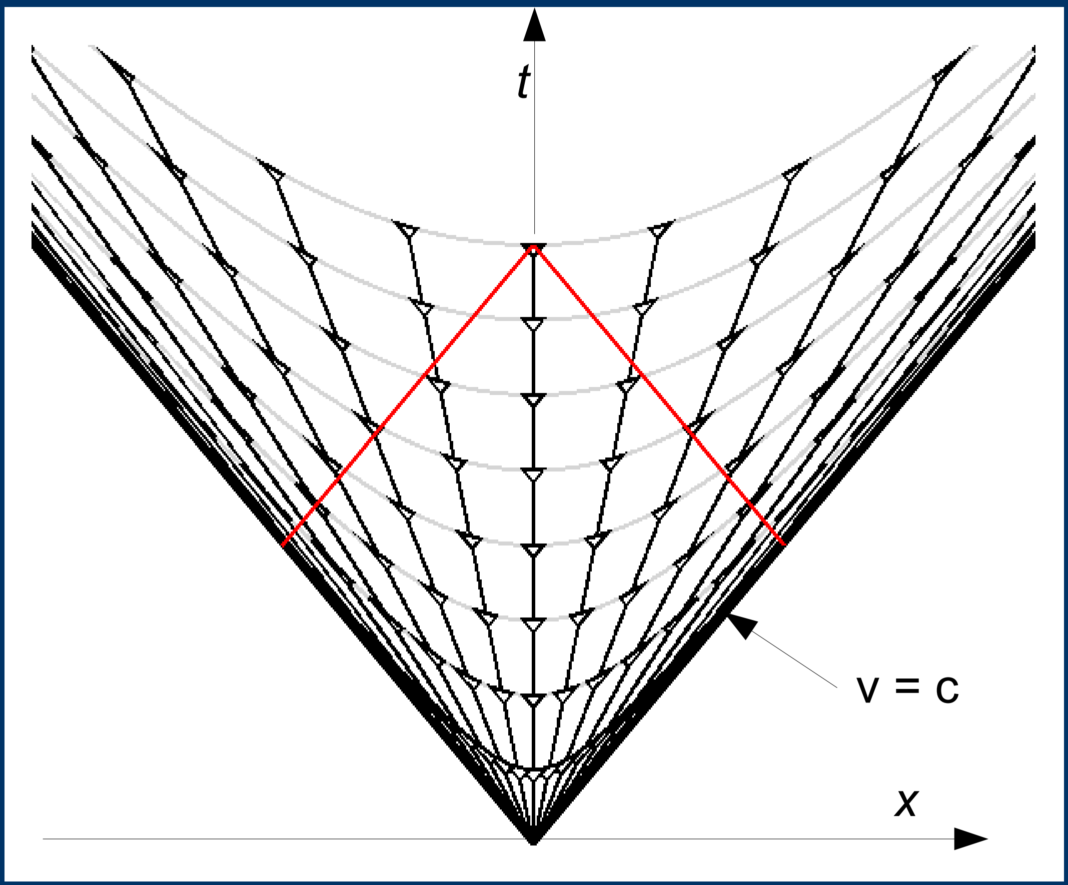
Au temps t où le facteur d'échelle valait $a = 0,6$ sa distance de Hubble était représentée par le segment $O(t)M$.

Si elle valait *10 Mpc* au temps t, elle vaudra $10Mpc(a_0/a) = 10(1/0,6) = 16,6$ *Mpc* à t_0.

Notons que nous recevons « maintenant » à t_0 la lumière qui a été émise par la galaxie M au temps t. L'univers s'est étendu pendant que la lumière cheminait le long de la courbe rouge de M en O (t_0). Mais nous voyons la galaxie telle qu'elle était quand sa lumière a été émise.

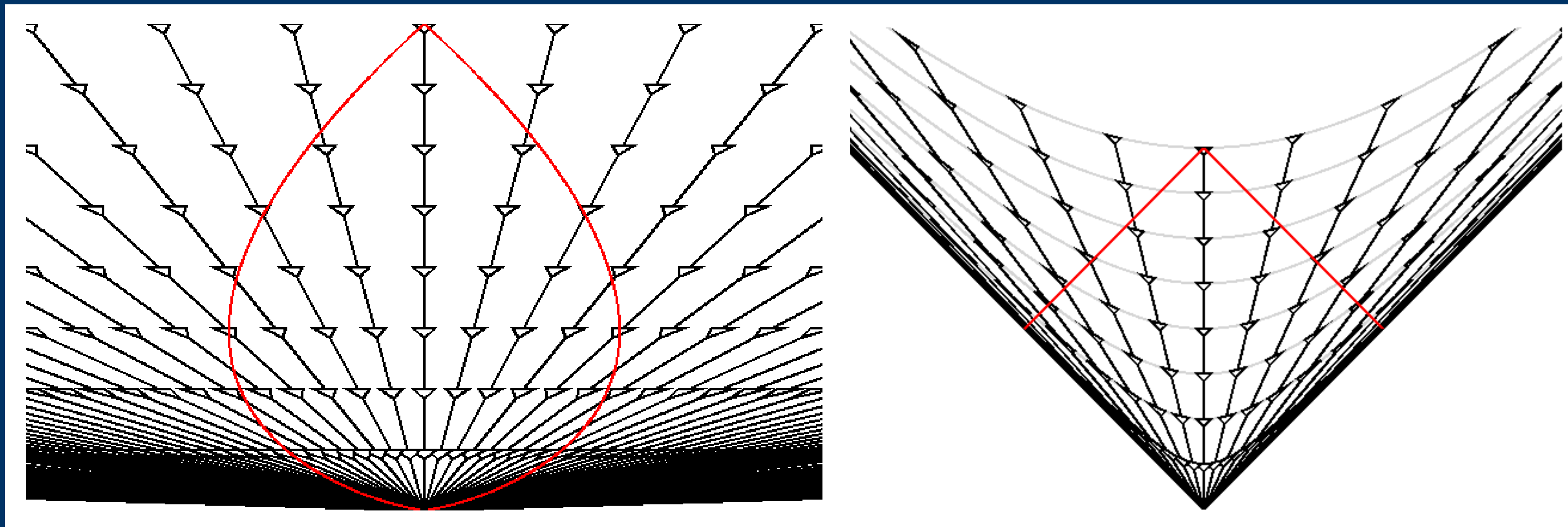
Dans ce modèle d'univers vide, l'équation des lignes d'univers est: $d = a.t.d_c$, où d_c est la distance comobile et a = *constante*. L'expansion est linéaire par rapport au temps cosmique.

Distance de Hubble



Il n'y a pas de contradiction avec la Relativité Restreinte qui stipule que rien ne peut aller plus vite que la lumière, du fait que dans ce diagramme les " vitesses" sont définies à partir d'autres coordonnées *t* et *x* que celles de la RR. Si on représente le **même** diagramme d'espace temps dans les coordonnées *x* et *t* de la Relativité restreinte nous obtenons la figure ci contre. Les hyperboles grises matérialisent les surfaces à temps propre constant depuis le Big Bang.

Distance de Hubble vs Distance en RR



Si nous les **redressons** pour obtenir le diagramme d'espace temps précédent, les lignes d'Univers des galaxies s'écartent et donnent des vitesses $v = dD_{actuel}/dt$ éventuellement supérieures à c. Mais en coordonnées de la Relativité Restreinte les vitesses sont toujours inférieures à c. Nous voyons également sur ce diagramme que notre cône du passé [un vrai cône cette fois] coupe les lignes d' Univers des Galaxies les plus lointaines à la distance $x = c*t_o/2$, en coordonnées de Relativité Restreinte. Mais la distance de la loi de Hubble qui est mesurée maintenant [sur l'hyperbole grise "du haut" qui correspond au "présent"], de ces Galaxies les plus éloignées est infinie (dans ce modèle).

Distance de Hubble

De plus ces Galaxies, à une "distance de Hubble" infinie et donc une vitesse liée à la loi de Hubble infinie, sont visibles pour nous, car dans cette représentation, l'univers observable est l'Univers entier.

Les relations entre la distance de la loi de Hubble, sa vitesse (D_{actuel} & v) et le décalage vers le rouge z sont données ci dessous dans le cas d'un Univers à densité asymptotiquement nulle (tend vers la cosmologie de Milne), voir diapo 8:

$v = H_o D_{actuel}$, $\boldsymbol{D_{actuel} = (c/H_o) \ln(1+z)}$, $1+z = \exp(v/c)$

Remarquons que la loi décalage spectral/vitesse n'est pas celle de l'effet Doppler de la Relativité Restreinte : $1+z = [((1+v/c)/(1-v/c))]^{1/2}$,

qui s'applique seulement en coordonnées de la Relativité Restreinte, pas en coordonnées cosmologiques. D_{actuel} s'exprime en fonction d'observables, cf diapo. 17.

Même si en principe la "***distance de la loi de Hubble***" est mesurable, la nécessité de disposer d'observateurs auxiliaires tout le long de la "chaîne " de galaxies menant à une Galaxie lointaine, la rend quasi impraticable

Quelques autres distances

Distance angulaire

D'autres distances peuvent être mesurées plus facilement.
L'une d'entre elles, est la "***distance de taille angulaire***" définie par :

$\theta = taille/D_A$ d'où $D_A = taille/\theta$

où la taille est la taille transversale,[supposée connue de façon absolue], d'un objet et θ est l'angle (en radians) qu'il sous tend dans le ciel.

La distance angulaire passe par un maximum quand l'expansion suit une loi telle que $a(t)= t^{\alpha}$!

Pour le modèle à densité zéro, la coordonnée x de la Relativité Restreinte est égale à la distance de taille angulaire, $x = D_A$.

Quelques autres distances

Temps de parcours de la lumière, horizon, dilatation temporelle.

Une quatrième distance est définie à partir de son temps de parcours par la lumière: $c.(t_o - t_{em})$. Ceux qui disent que la plus grande distance à laquelle nous pouvons voir est $c.t_o$ utilisent cette notion de distance. Mais $c.(t_o - t_{em})$ n'est pas une distance très mesurable, car il est difficile de déterminer t_{em}, l'âge de l'Univers auquel la lumière que nous recevons a été émise. En fait, on la déduit d'autres observations quand on dit par exemple qu'on observe une galaxie alors que l'univers n'était âgé que de 1 milliard d'année (il y donc 12,7 milliards d'année), ce qui est assez parlant!

Avec la métrique de Robertson Walker. Pour un photon $ds^2 = 0$ donne:

$dt/a(t) = dr.(1-kr^2)^{-1/2}$ en intégrant: $\int_{te}^{t0} dt/a(t) = \int_0^r dr.(1-kr^2)^{-1/2}$

Le membre de gauche donne le temps de parcours de la lumière (en coordonnées co-mobiles) entre le temps d'émission t_e et aujourd'hui t_0, celui de droite donne la distance parcourue en coordonnées co-mobiles (nous sommes à $r = 0$ dans ces coordonnées). La distance de Hubble d_H (aujourd'hui) s'obtient en multipliant par le facteur d'échelle aujourd'hui $a_0(t)$.

Quelques autres distances

L'horizon s'obtient en faisant tendre le temps d'émission vers 0.

$d_H = a_0(t) \int_0^r dr.(1-kr^2)^{-1/2} = a_0(t) \int_0^{t0} dt/a(t)$

En prenant $a(t)\,) = t^{2/3}$, $a_0(t) = t_0^{2/3}$, et la primitive de $t^{-2/3}$ valant $3.t^{1/3}$ on voit que cela donne: $d_H = a_0(t) \int_0^r dr.(1-kr^2)^{-1/2} = a_0(t) \int_0^{t0} dt/t^{2/3} = (t_0^{2/3})(3.t_0^{\ 1/3}) = 3t_0.$

On pourrait vérifier que pendant la phase radiative $a(t) = (t/t_0)^{1/2}$ on obtiendrait $2t_0.$

Cette même équation est utilisée pour démontrer la dilatation temporelle.

$$\int_{te}^{t0} dt/a(t) = \int_{te+\delta te}^{t0+\delta t0} dt/a(t) = \int_0^r dr.(1-kr^2)^{-1/2}$$

En posant $A(t) = \int_{te}^{t0} dt/a(t)$ *on a:* $A(t_0) - A(t_e) = A(t_0+\delta t_0) - A(t_e+\delta t_e) = \int_0^r dr.(1-kr^2)^{-1/2}$

$A(t_0+\delta t_0) = A(t_0)+\delta t_0/a(t_0).,\ \ A(t_e+\delta t_e) = A(t_e)+ \delta t_e/a(t_e) \rightarrow A(t_e+\delta t_e) - A(t_e) = A(t_0+\delta t_0) - A(t_0)$

Soit: $A(t_e)+ \delta t_e/a(t_e) - A(t_e) = A(t_0)+\delta t_0/a(t_0) - A(t_0) = \delta t_e/a(t_e) = \delta t_0/a(t_0) \rightarrow a(t_0)/a(t_e) = \delta t_0/\delta t_e$

Quelques autres distances

Décalage spectral

Finalement, le ***décalage spectral*** noté ***z*** est un indicateur très important de distance, car les astronomes savent le mesurer facilement, alors que la taille ou la luminosité nécessaires pour calculer D_A ou D_L sont toujours très difficiles à déterminer.

Par contre z n'indique que le rapport des facteurs d'échelle, $z = (a_0/a) - 1$, de l'univers entre l'émission du photon et sa réception: .

Il n'indique pas comment on passe de l'un à l'autre.

Mais il est l'indicateur de distance le plus précieux et sert de variable de référence pour comparer les autres distances!

Décalage Spectral et distance

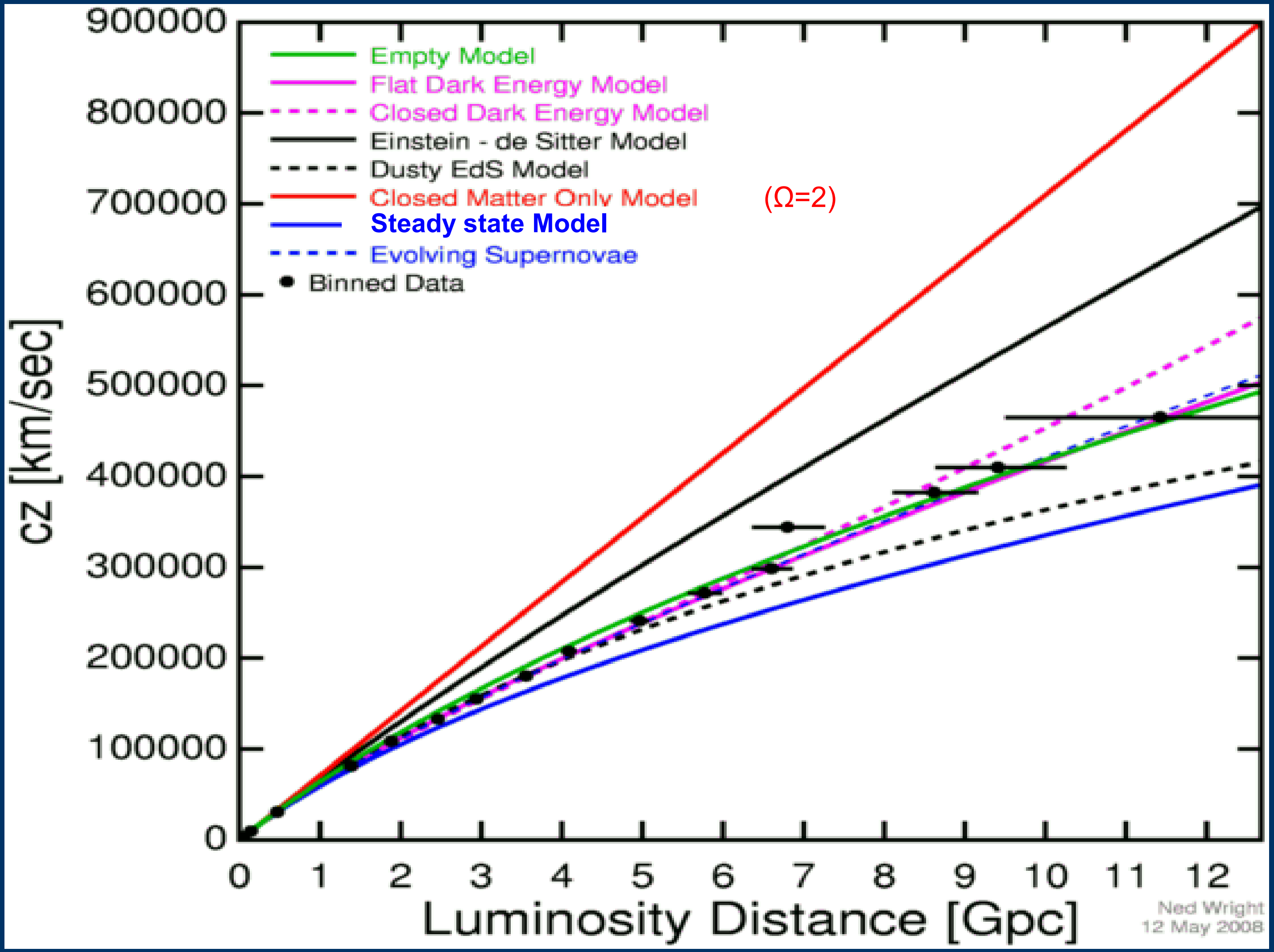
Les courbes représentant les relations entre ces différentes distances dépendent du modèle cosmologique. A partir de leur définition, chaque modèle permet de calculer la relation entre les différentes distances en particulier entre z et les autres « distances ». Ce point est fondamental. Le décalage spectral z va souvent être pris comme variable du fait de son caractère général commun, $z = (a_0 /a) - 1$. Il ne caractérise que le rapport des facteurs d'échelle entre la réception et l'émission des photons observés.

Ces distances ont un caractère physique spécifique mais on peut s'en abstraire car pour un même objet observé, elles sont différentes ce qui ne leur confère pas de statut de distance objective qui serait unique: Le meilleur candidat serait la distance de Hubble, (définition géométrique claire). Elles vont permettre de discriminer par ajustement aux observations les différents modèles qui sont compatibles avec les observations

L'abaque "décalage spectral" (redshift) fonction de la distance pour les supernovae de Type Ia, ci après, est en fait une abaque de cz fonction de D_L, du fait que le flux lumineux est utilisé pour déterminer la distance des supernovae.

Ces données excluent les modèles qui ne donnent pas de relation linéaire entre cz et D_L pour cz petit. Ces observations ont été étendues à des supernovae plus éloignées pour mesurer la non linéarité de la relation en entre cz et D_L lorsque cz n'est plus petit, et ont apporté une information plus significative sur la nature de l'Univers.

Résultats du supernovae project



Vitesse de récession calculée à partir du décalage spectral en fonction de la distance de Luminosité: Dernières données disponibles : Kowalski et al. (2008).

Rayonnement de fond Cosmologique

Le RFC (rayonnement de fond Cosmologique) ayant la caractéristique d'un corps noir parfait nous permet de déterminer la relation entre D_A et D_L. Comme le RFC que nous observons aujourd'hui, vient de loin, mais a toujours une nature de corps noir, un corps noir lointain doit ressembler à un corps noir (même si sa température peut être modifiée par le décalage spectral).

La luminosité d'un corps est: $L = 4\pi R^2\sigma T_{em}^{\ 4}$ où R est le rayon, T_{em} est la température d'émission du corps noir et σ est la constante de Stephan-Boltzmann. Observé à un décalage spectral z la température est :

$T_{obs} = T_{em}/(1+z)$, et le flux est : $F = \theta^2\sigma T_{obs}^{\ 4}$,

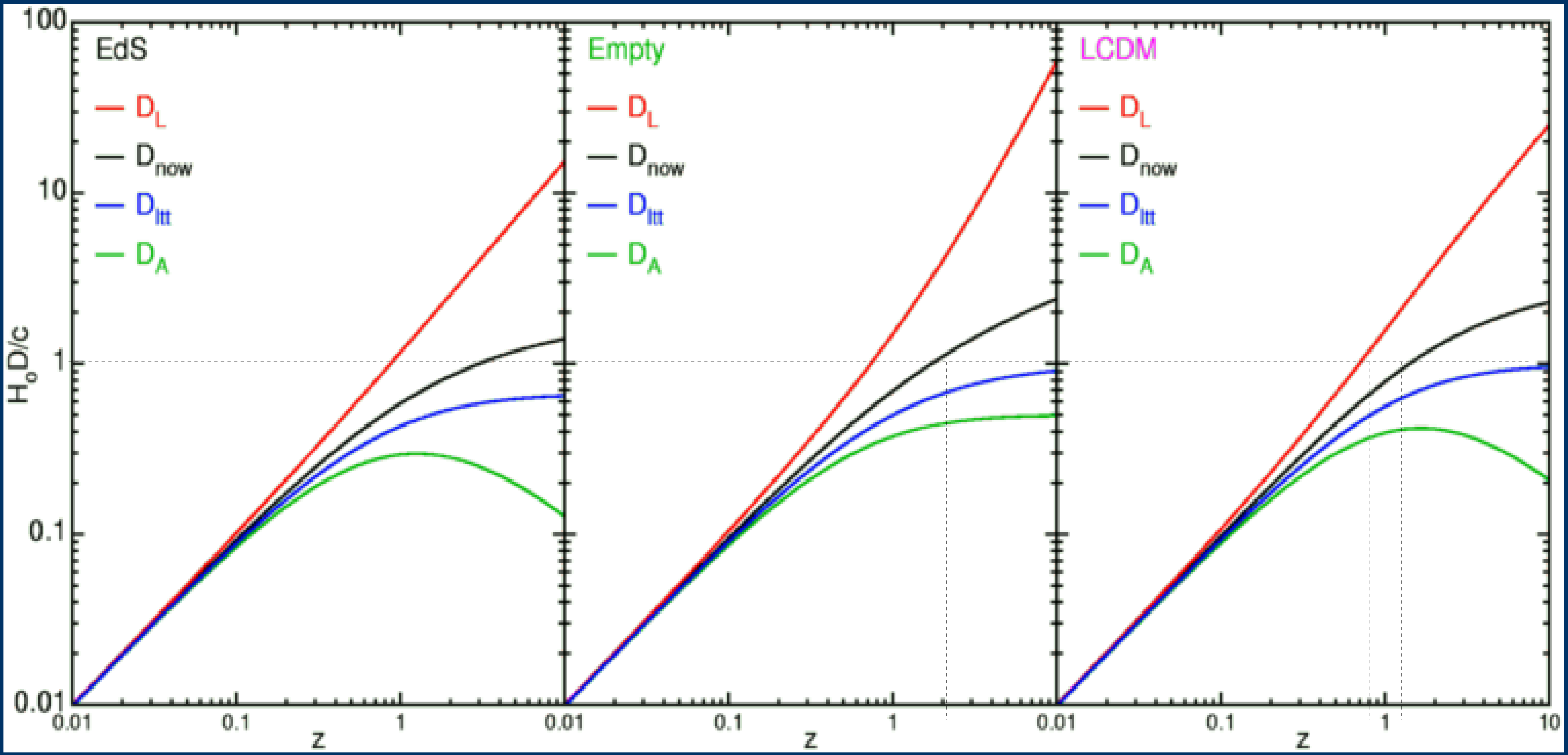
Avec: $\theta = R/D_A$ et $F = L/(4\pi D_L^{\ 2})$.

En combinant ces équations on obtient:

$$D_L^{\ 2} = L/(4\pi F)=(4\pi R^2\sigma T_{em}^{\ 4})/(4\pi\theta^2 * \sigma T_{obs}^{\ 4}) = D_A^{\ 2}(1+z)^4 \quad \text{soit} \quad D_L = D_A(1+z)^2$$

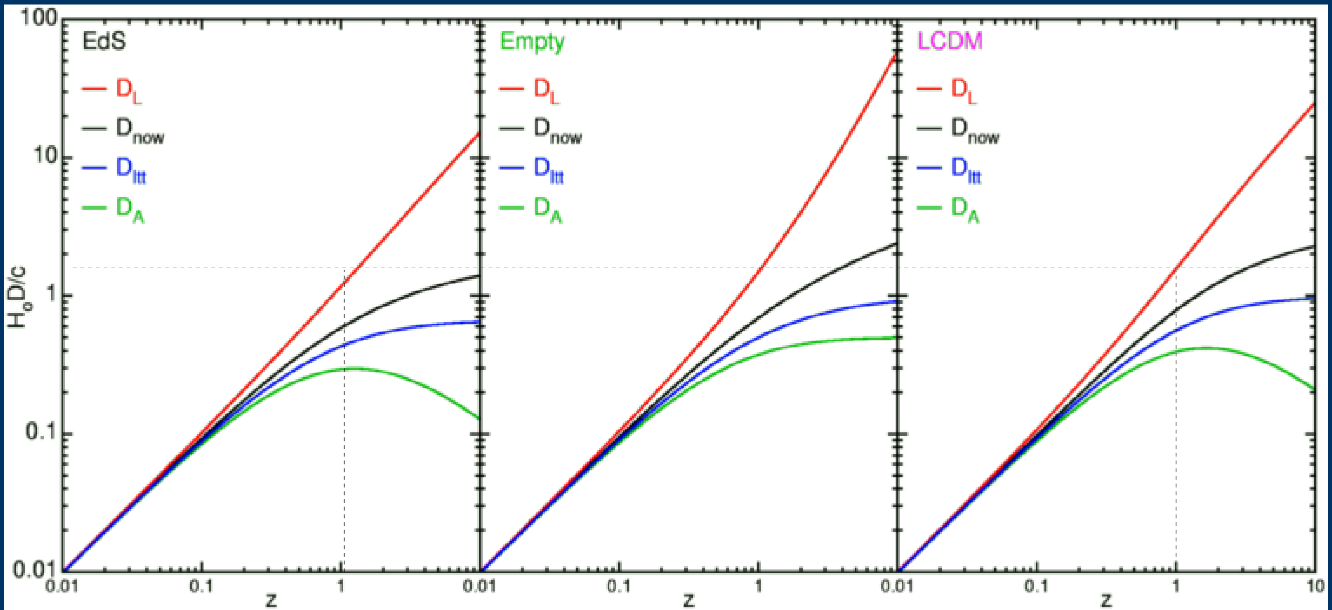
Les modèles qui ne prédisent pas cette relation entre D_A et D_L, tels que le modèle chronométrique ou le modèle de la lumière fatiguée sont invalidées par les propriétés du RFC. Nous verrons sur les diagrammes qui suivent que ce critère est satisfait par les modèles EdS, Vide et LCDM

Distances = f(z) pour 3 modèles



A gauche le modèle Einstein De Sitter dominé par la matière, au centre le modèle vide, à droite Lambda CDM en accélération qui est celui privilégié aujourd'hui. Notons que les distances sont similaires à faibles distances mais divergent et de façon dépendant du modèle à grandes distances ($H_0D/c = 1 \longrightarrow D = 4{,}1$Gpc= 13Gal).

Interprétation diagrammes D =f(z)



L'ordonnée sur le diagramme est exprimée en unités *H0D/c* pour avoir la valeur *1* pour l'horizon des évènements ce qui est visualisé par la distance *Dltt.*
(Temps de trajet de la lumière).
Dans *H0D/c, D* est la valeur de la distance calculée, quel que soit son type.
Notons que l'échelle verticale associée est logarithmique ce qui écrase les différences!

Commençons par le modèle EdS qui était le modèle de référence jusqu'à 1995. Pour une supernova SN1A, par exemple, observée à *z =1* on obtient des valeurs très différentes pour les différentes « distances » calculées: La distance de luminosité $H_0D/c \approx 1,2$ vaut 4 fois la distance angulaire $H_0D/c \approx 0.3$ (cohérent avec le critère lié au RFC) et pratiquement le double de la distance de Hubble $H_0D/c \approx 0,6$. On voit que sur tous les diagrammes, c'est la distance de luminosité qui est de loin la plus grande!

Pour le même *z = 1* le modèle LCDM prédit une distance de luminosité plus grande (sur le diagramme c'est peu lisible, mais les échelles sont logarithmiques). Autrement dit, il prédit qu'on reçoit moins de lumière de la SN1A que ce que prédit le modèle EdS pour un même *z*. Comme les observations ont confirmé ce point, les supernovae étaient « plus loin » que ne le prédisait le modèle EdS, ceci a conduit à son abandon au profit du modèle LCDM qui lui prédit la bonne valeur.

Facteur d'échelle a(t)

Comme la vitesse (dD_{actuel}/dt) est strictement proportionnelle à D_{actuel}, la distance entre deux objets co-mobiles s'accroît d'un facteur $(1+Hdt)$ pendant l'intervalle de temps dt. Ceci signifie que nous pouvons écrire la distance entre deux observateurs co-mobiles comme suit:

$$D_G(t) = a(t)D_G(t_o)$$

où $D_G(t_o)$ est la distance ***actuelle*** à la galaxie G tandis que $\boldsymbol{a(t)}$ est un facteur d'échelle universel qui s'applique à tous les objets co-mobiles. De cette définition nous voyons que $\boldsymbol{a(t_o) = 1}$.

Nous pouvons calculer la dynamique de l'Univers en considérant un objet à une distance $D(t) = a(t)\ D_o$. Cette distance et la vitesse correspondante dD/dt sont mesurées par rapport à nous, en nous considérant au centre du système de coordonnées.

Facteur d'échelle a(t)

L'accélération gravitationnelle due à la boule de matière de rayon $D(t)$ est $g = -GM/D(t)^2$ où la masse est $M = 4\pi D(t)^3\rho(t)/3$. La densité de matière est $\rho(t)$ qui ne dépend que du temps du fait de l'homogénéité de l'Univers.

La masse contenue jusqu'à une distance $D(t)$ est indépendante du temps car la matière à l'intérieur à une vitesse expansion inférieure et reste donc à l'intérieur et celle à l'extérieur une vitesse supérieure et reste donc à l'extérieur.

L'effet gravitationnel de la matière extérieure est nul: la gravitation à l'intérieur d'une coquille sphérique de matière est nulle, et toute la matière à l'extérieur [plus loin que $D(t)$] peut être représentée par un emboîtement de coquilles sphériques.

Facteur d'échelle a(t)

Avec une masse intérieure à $D(t)$ constante générant une accélération du bord, le problème se ramène à celui d'un corps à déplacement radial dans le champ de gravitation d'une masse ponctuelle. Si la vitesse est inférieure à la vitesse de libération, l'expansion va s'arrêter et l'univers se re-contracter.
Si la vitesse est égale à la vitesse de libération, c'est le cas critique. Ceci donne

$$v = H.D = v(lib) = (2GM/D)^{1/2}$$

$H^2D^2 = 2G[(4/3)\pi D^3]\rho/D$ ou

$$\rho(crit) = 3H^2/(8\pi G)$$

Pour ρ inférieur ou égal à la densité critique $\rho(crit)$, l'Univers s'étend à jamais, tandis que pour ρ supérieur à $\rho(crit)$, l'Univers arrête son expansion et se re-contracte

Facteur d'échelle a(t)

Le calcul de la valeur de ρ_{crit} pour $H_o = 71\ km/sec/Mpc$ donnerait de $9.10^{-30}\ g/cm^3$ soit 6 protons par mètre cube soit $1.4.10^{11}$ masses solaires (une belle galaxie) par Mégaparsec cube.

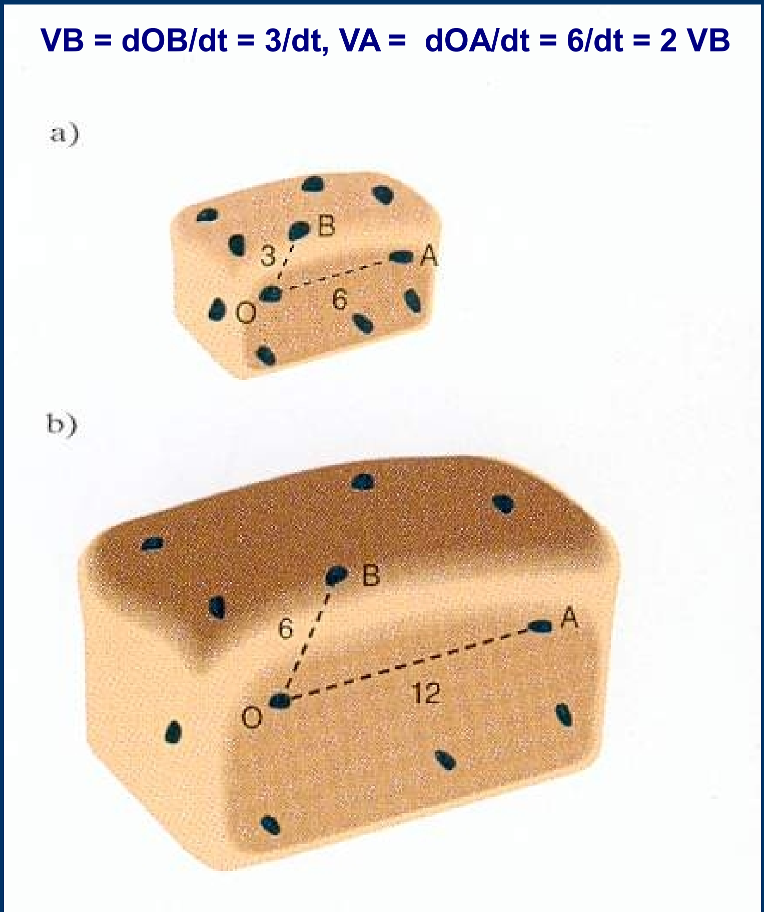
Mais ce n'est pas ce qu'on observe!

En effet si on compare cette valeur à la luminosité observée de $1.85*10^8$ luminosités solaires par Mpc^3, ceci exigerait un rapport masse/luminosité de *760* en unités solaires pour fermer l'Univers.

Si la densité est proche de la densité critique, cela signifie que la majorité de la matière est trop sombre pour être observée.

Les dernières estimations suggèrent que la densité est proche de *1* [WMAP], ce qui veut dire que la majorité de l'univers n'est pas visible [Matière et énergie "sombre" : voir résultats récents de WMAP: 70% énergie sombre, 26 % matière sombre, 4% matière visible]

Distances, facteur d'échelle: Annexe



Ne pas en déduire que l'univers est un pudding et qu'à ce titre il est anglais et éternel, comme nos amis britanniques voudraient nous le laisser croire!

Dans l'hypothèse d'un univers de densité critique, les photons du RFC que nous captons maintenant ont été émis à T_0 *+300 000 ans*, lorsque le facteur d'échelle "*a*" de l'univers était de 1/1100.

La constante de Hubble valait environ ***3,2 millions de km/s par méga parsec (46 000 fois*** sa valeur actuelle) ce qui veut dire que deux objets distants d'environ *300 000 a.l* avaient une vitesse de récession égale à *c* .

Comme le point (alors dans le RFC) qui dans le futur (après expansion) allait abriter la terre était distant d'environ *36* Millions d'années lumière (distance de Hubble) à cette époque, la vitesse de récession était supérieure à ***100 c***.

Les photons ont commencé à s'éloigner emportés par l'expansion , avant de commencer à se rapprocher lorsque le rythme d'expansion s'est ralenti. Ce point d'émission des photons est aujourd'hui distant d'environ *40* milliards d'années lumière. (facteur d'échelle de *1100* et facteur *3* entre l'age de l'univers T et sa dimension liée à l'expansion dans ce type d'univers).