La cosmologie de Penrose quelques caractéristiques

Jean Jacques Szczeciniarz

11 mars 2025

1 Introduction

[1] Je pars d'une définition provisoire de l'entropie, suffisante pour comprendre, en simplifiant, la signification de l'assertion selon laquelle l'Univers possède une entropie (gravitationnelle). On distinguera deux aspects de l'entropie. Il y a d'une part l'entropie proprement dite définie comme une certaine quantité qui mesure le désordre d'un système physique, d'autre part l'affirmation que celle-ci va croissant et ne peut que croître. C'est là le deuxième principe de la thermodynamique - science qui est née à la fin du XIX^{è} siècle - qui a une portée universelle, s'appliquant aussi bien à la théorie de la relativité qu'à la théorie newtonienne. La thermodynamique s'applique en effet aussi bien à l'électromagnétisme de Maxwell, qu'à des théories qui traitent de particules discrètes, ou à des théories dynamiques hypothétiques.

Surtout, contrairement au constat que dresse Kant de l'état de la cosmologie et du statut qu'il lui attribue dans la Critique de la Raison Pure [2], on considère aujourd'hui que la cosmologie comme science est renée avec le texte d'Einstein de 1917, *Considérations cosmologiques.* [3] Penrose - et les cosmologues depuis le siècle dernier- raisonnent en effet sur l'Univers comme objet (dès la renaissance de la cosmologie). Et Penrose raisonne sur l'entropie de l'*Univers*, c'est dans ce cadre que je vais essayer de clarifier l'originalité de sa position.

Quelles difficultés rencontrons-nous dans notre raisonnement sur l'Univers ? selon lui, alors que c'est apparement le même raisonnement qui nous porte à attendre que le Deuxième Principe, avec une extrême probabilité soit valide pour l'évolution future d'un système physique ordinaire. Supposons que notre système parte d'un état de basse entropie, comme le décrit le schéma de Penrose un point p se déplace dans l'espace des phases $\mathcal{P}$ selon une trajectoire à partir d'un point p_0 appartenant à une région granulée $\mathcal{R}_0$ relativement petite. [4] L'espace des phases $\mathcal{P}$ est gigantesque et quand n croît le nombre de régions granulées voisines augmente considérablement. [5] Chaque région granulée consiste en un regroupement de points représentant des états qu'on considérerait comme indiscernables les uns des autres

1. *Remarques préalables. 1) Mon texte est resté très proche des textes de Penrose qui se trouvent dans les deux ouvrages majeurs dont j'ai tiré cet article. j'espère avoir fait sentir le style de Penrose qui sait être poétique. Par ailleurs, j'ai repris les dessins qu'il a fait lui-même et à la main même s'ils sont reproduits dans les deux livres. J'ai repris tels quels les dessins en couleurs tirés d'un de ses exposés. 2) La philosophie que l'on doit développer par exemple, son anti-positivisme et son platonisme reste succincte dans ce texte.*
2. Selon le penseur de Königsberg, la cosmologie n'est pas une science rationnelle, voulolr en faire une science entraîne la raison dans une suite d'antinomies, dont elle ne peut s'extirper, prisonnière qu'elle est alors de la dialectique transcendantale dont il expose les principes dans la section du même nom.
3. Merleau-Ponty, J. *Cosmologie du XX ^{è} siècle* Gallimard Paris 1965.
4. Je reviendrai sur ces notions tout au cours de cet article. Car elles prennent des caractéristiques qui les enrichissent au fur et à mesure de l'exposition.
5. On a coutume de partitionner l'espace de configurations en régions où le système C que forment les atomes est apparemment identique. Cette partition porte le nom de g̈ranulation.

au vu de mesures macrcoscopiques. Penrose remarque et nous le lui accordons que la notion de "granulation" est assez floue mais il ajoute quez c'est le logarithme du volume d'une telle région qui est intéressant. Et il est fortement probable que quand la trajectoire de p quitte la région $\mathcal{R}_0$ à partir de p_0 et pénètre dans la region $\mathcal{R}_1$ elle se trouve dans un volume $\mathcal{R}_1$ bien supérieur à celui de $\mathcal{R}_0$.

Ainsi pouvons-nous croire au caractère naturel de la croissance progressive de l'entropie. L'œuf perché sur le bord d'une table suit très probablement une évolution caractérisée par une entropie croissante en accord avec sa chute et son écrasement au sol.[6] Tout cela est encore en accord avec l'accroissement du volume de l'espace des phases. Le statut de cet exemple est le même que celui de la pomme qui tombe sur la tête de Newton, nous avons tous reçu une pomme sur la tête sans inventer la gravitation.

Comme en anticipation de la question du Big Bang, Penrose pose la question du comportement de l'œuf dans le *passé*. Quelle est l'évolution la plus probable qui a conduit l'œuf à être perché au bord de la table ? Dans le langage de Penrose, il s'agit de considérer l'évolution qui a mené au MAINTENANT. Il s'agit de retrouver l'histoire passée la plus probable qui a mené au point p_0. On considère alors les régions granulées voisines de $\mathcal{R}_0$ et leurs considérables différences de taille.

Supposons comme le fait Penrose que la trajectoire pénètre dans $\mathcal{R}_0$ en provenance de la région $\mathcal{R}'_1$ bien plus grande que $\mathcal{R}_0$. L'évolution avait traversé avant cela des régions bien plus grandes que $\mathcal{R}'_1$. On peut supposer que notre trajectoire passée est entrée dans $\mathcal{R}'_1$ en provenance de $\mathcal{R}'_2$ bien plus grande que $\mathcal{R}'_1$ après avoir pénétré dans $\mathcal{R}'_2$ en provenance de $\mathcal{R}'_3$ de volume encore supérieur à celui de $\mathcal{R}'_2$ et ainsi de suite.

Les trajectoires ainsi supposées seraient considérablement plus nombreuses que les trajectoires débouchant sur p_0 après avoir traversé une succession de volumes allant en décroissant vers le passé que Penrose appelle $\mathcal{R}_{-3}$, $\mathcal{R}_{-2}$, $\mathcal{R}_{-1}$, $\mathcal{R}_0$.

2 Le raisonnement de Penrose

Reprenons le raisonnement général de Penrose. Il y a trois sortes de trajectoires qu'il fait comparaître. Les trajectoires de l'entropie vers le futur avec des régions $\mathcal{R}_0$, $\mathcal{R}_1$, $\mathcal{R}_2$, $\mathcal{R}_3$ à volumes croissant considérablement. Les trajectoires supposées vers le passé. $\mathcal{R}_0$ $\mathcal{R}'_1$ $\mathcal{R}'_2$ $\mathcal{R}'_3$. Ce parcours décrit une possibilité de la façon dont l'œuf s'est retrouvé sur la table. C'est une succession de volumes allant décroissant vers le passé. Et enfin le parcours $\mathcal{R}_{-3}$, $\mathcal{R}_{-2}$, $\mathcal{R}_{-1}$, $\mathcal{R}_0$. Ce dernier parcours est représenté dans l'espace des phases par l'entrée dans des régions de volumes toujours plus grands. C'est la dernière trajectoire qui est la plus "probable" mais qui est la plus *fausse*.

La difficulté dans ce raisonnement vient de la supposition que l'évolution puisse être considérée comme effectivement aléatoire par rapport aux régions à gros grains. (Remarquons qu'elle n'est pas réellement aléatoire puisqu'elle est déterminée par les lois de la dynamique (newtonienne)). Cette évolution décrite de manière superficielle semble être correcte pour l'évolution future. Ce n'est plus le cas quand nous considérons le passé.

La croissance de l'entropie vers le futur est illustrée par la petite expérience de pensée citée ci-dessus, d'un œuf qui tombe de la table et se casse sur le sol. Il y a un grand nombre de

6. Je reprends cet exemple plus bas, il est utilisé par Penrose dans son ouvrage *Les Ombres de l'esprit, à la recherche d'une science de la conscience.* Interédition, Paris 1995.

biais dans le comportement vers le passé quand il apparaît être inexorablement guidé à partir d'un état brisé confus. Les actions improbables dans une perspective de renversement du temps, en accord avec les lois de la dynamique vers un état improbable d'équilibre complet et non brisé au bord de la table sont vraiment inacceptables pour nos raisonnements. Si un tel comportement devait être observé comme futur comportement dirigé vers le futur, il devrait être regardé comme une forme impossible de téléologie ou de magie, scientifiquement inacceptable. Cette absence de "télélogie du futur" est un fait de notre Univers observable.

Pourvu que qu'il n'y ait pas d'état ultime de basse entropie correspondant, nous mettant aux prises avec une demande téléologique que la courbe de l'évolution de l'Univers se termine dans une région du "futur" $\mathcal{F}$ dans $\mathcal{P}$ (un espace de phases) autre, extraordinairement petite alors notre raisonnement sur la croissance de l'entropie dans la direction du temps futur semble parfaitement acceptable.

C'est maintenant que Penrose fait intervenir ce que j'appellerai volontiers "le principe du Big Bang". On acceptera cette apparente téléologie vers le passé du comportement si l'on suppose que l'origine même de notre Univers était représentée dans l'espace des phases par une région d'une taille extraordinairement minuscule. Il est essentiel pour lui, ce qui sous-tend sa réflexion, de mettre en évidence dans tout le déroulement de sa réflexion, le caractère extraordinairement spécial du Big Bang, ce sera le titre qu'il donne à l'un de ses développements ci-dessous.

C'est la contrainte initiale de basse entropie demandant que l'origine de la courbe de l'évolution de l'Univers dans une région extraordinairement étroite $\mathcal{B}$ qui donne une base pour la Seconde Loi que nous expérimentons dans notre Univers.

En commençant quelques descriptifs simplifiés, je me contente de noter qu'une fois acceptée l'hypothèse selon laquelle cet état extraordinairement spécial a effectivement donné naissance à notre Univers, alors le Deuxième Principe tel qu'on l'observe en est une conséquence naturelle. Nous constatons que sur le plan cosmologique le Deuxième Principe est conséquence d'une situation mystérieuse pour nous. En reprenant une expression kantienne on dira que le Big Bang est la *ratio essendi* du Second Principe qui est quant à lui la *ratio cognoscendi* du Big Bang.

Dans le grand livre "The road to reality" [7] Penrose pose la question de savoir si nous pouvons déduire le Second principe. Une fois que le gaz s'est échappé de $\mathcal{R}$ la probabilité qu'il se réengouffre tout entier dans $\mathcal{R}$ est littéralement minuscule. (Du moins dans des intervalles de temps qui ne soient pas inconsidérablement longs). Ce raisonnement a un côté universel en apparence, il ne semble dépendre aucunement des détails de la dynamique du système considéré. C'est ce raisonnement qui paraît imparable, qui présente pourtant une lacune importante, dont j'ai déjà parlé. Avant le MAINTENANT si nous étudiions l'évolution vers le passé nous trouverions une probabiilité pour le point x dont nous suivrions l'évolution soit arrivé dans la boîte $\mathcal{R}$ après avoir traversé des boîtes de plus en plus grandes ce qui implique que l'inverse du Second Principe soit alors appliqué.

Il n'existe aucun état ultime de l'Univers de basse entropie analogue nous imposant une exigence téléologique telle que la trajectoire d'évolution de l'Univers doive se terminer dans une région future extraordinairement minuscule. Notre raisonnement qui pose un accroissement de l'entropie dans la direction du futur est acceptable. Mais l'observation de la contrainte sur l'état initial ne correspond à aucune contrainte sur l'état final. Mais l'inversion du

7. je cite très souvent l'ouvrage majeur de Penrose, *The Road to Reality* 2004 Random House, et sa traduction française *À la découverte des lois de l'Univers* Odile Jacob 2007.

Second Principe n'a rien d'intrinsèquement inacceptable. Les derniers instants de l'Univers pourraient parfaitement être le siège d'un principe inverse l'entropie finissant par décroître. Cette argumentation transformée sera le siège des arguments finaux de Penrose.

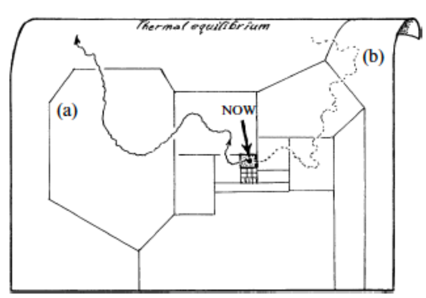
Sans pour le moment entrer dans les détails un peu plus techniques de la thermodynamique et du Second Principe, on peut dire que dès les premières réflexions sur le Second Principe Penrose signale qu'il se trouve dans une situation étrange : nous avons un principe *asymétrique* alors que la physique sous-jacente est *symétrique*.

Nous appliquons les mêmes raisonnements dans les deux directions du temps (futur et passé), si l'on a un point x dans une petite boîte V de l'espace des phases qu'il appelle MAINTENANT, nous examinons l'évolution vers le passé, antérieurement à MAINTENANT, nous trouverions une probabilité écrasante que x soit arrivé dans la boîte après avoir traversé des boîtes de plus en plus grandes à mesure que l'on remonte dans le temps vers le passé cela aurait pour conséquence qu'avant le MAINTENANT c'est l'*inverse* du Second Principe qui se serait appliqué, avec une entropie croissante vers le passé. Cela correspond à notre trajectoire 2 vue ci-dessus.

Il faut faire la remarque suivante : Penrose considère comme plausible la possibilité que la Seconde Loi de la thermodynamique puisse s'inverser, une telle éventualité n'est pas inrinsèquement absurde. Il n'y a pas d'inconsistance avec la dynamique pour la courbe d'évolution de notre Univers, dans son espace de phases $\mathcal{P}$ d'être contraint de prendre son origine dans une région à très petit grain et de s'achever aussi dans une autre $\mathcal{F}$. De la sorte nous retrouverions une symétrie que nous avons perdue, mais au prix d'un réexamen de la structure intrinsèque de ce Second Principe.

La cosmologie de Penrose se comprend également comme une prise de position au sein des théories cosmologiques contemporaines, aussi me dois-je de rappeler l'essentiel de celles-ci. Comme on le voit et je vais le développer, Penrose remet en cause certains des principes essentiels de la cosmologie, ceux-là même qui font selon lui problème.

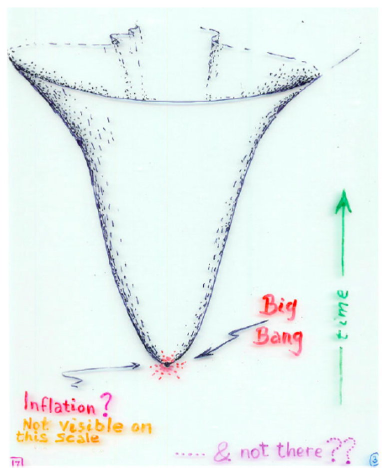
Les observations effectuées par Edwin Hubble révélant un Univers en expansion ont donné lieu à la thèse d'une explosion initiale. Les galaxies s'éloignent de nous à une vitesse proportionnelle à la distance qui nous sépare d'elles, ce qui implique, si nous remontons le temps en sens inverse cette matière a dû être rassemblée en un seul point à la même époque. Cet événement, origine ultime de toute matière, a dû être le siège d'une formidable explosion, qu'on appelle le Big Bang.



L'évolution d'un système physique représentée par une courbe dans l'espace des phases si notre système est représenté à l'instant MAINTENANT par un point x dans une boîte

$\mathcal{V}$ de volume très petit si nous tentons de voir ce que pourrait être son comportement ultérieur, nous en concluons- ce raisonnement est repris à plusieurs reprises, que du fait des grandes variations de volume parmi les différentes boîtes et en l'absence de toute perturbation importante de son mouvement le système a de fortes chances de passer par dans des boîtes de plus en plus grandes en accord avec le Second Principe. On remarque l'aspect subjectif de cette description (les boîtes). Cette description subjective n'en possède pas moins une portée objective.

Je décris la figure qui représente l'histoire de l'Univers suivant la cosmologie actuelle. C'est un portrait de l'espace temps avec le passage du temps pris dans la direction verticale. les sections horizontales de ce portrait représentent les dimension spatiales, pour obtenir tous les éléments de compréhension visuelle, Penrose a supprimé deux des dimensions spatiales. Il ne se préoccupe pas de savoir si l'univers est spatialement fermé ou non (ce que l'on ne sait pas, c'est la dernière figure avant la section 3).



3 Eléments minimaux de cosmologie

Dans la théorie en vigueur de l'expansion réelle de l'Univers révélée par l'observation et qui concorde parfaitement avec les équations d'Einstein nous devons incorporer deux ingrédients : la "matière noire" et l' " 'energie noire". Penrose accepte ̀la fois la présence d'une matière invisible (dont la nature nous est inconnue bien qu'elle constitue 70 % de toute substance de notre Univers) et la forme modifiée des équations d'Einstein qui incorpore une minuscule constante cosmologique Λ, la forme la plus probable de l' "énergie noire". Il y a eu une phase primitive de rapide expansion qui a ralenti après une période de 10^{10} années mais ensuite le rythme de l'expansion s'est remis à croître de nouveau, pour devenir une période d'expansion exponentielle que nous voyons commencer dans la partie supérieure de la figure. Cette ultime expansion est une prédiction des solutions des équations d'Einstein avec constante positive. Ce fameux terme qu'Einstein a introduit (et rejeté) en 1917, bien entendu, la valeur que l'on trouve maintenant très petite n'avait pas été anticipée. Notre situation (sur la figure) est aux trois quarts en allant vers le haut, en bas vous avez le Big Bang, comme origine temporelle point initial de l'Univers.

C'est une singularité de l'espace temps dont la description physique est supposée requérir une théorie de la gravité quantique. Cela sera encore précisé plus bas. Je définis une première fois cette notion de singularité : rupture dans la continuité de l'espace temps qui se prolonge à l'infini vers le futur de façon cohérente avec les hyothèses en cours.

Alexander Friedmann a proposé en 1922 puis en 1924, les premiers modèles cosmologiques fondés sur la théorie d'Einstein. Penrose a schématisé les histoires spatio-temporelles de ces modèles pour les trois cas, une courbure *spatiale* de l'Univers respectivement positive, nulle, négative. Dans les diagrammes de Penrose ainsi schématisés la direction verticale suit l'écoulement du *temps*, les directions horizontales représentent l'espace. Cette partie spatiale est homogène et isotrope.

La cosmologie donne lieu à trois cas de géométrie de l'espace qui sont à considérer : le cas de courbure positive $K > 0$ on a alors l'analogue tridimensionnel d'une surface sphérique, le cas $K = 0$ c'est la géométrie tridimensionnelle d'Euclide, le cas d'une courbure négative $K < 0$ c'est une géométrie tridimensionnelle *hyperbolique.* Tous ces modèles ont pour origine un état singulier, le Big Bang, singulier veut dire que la densité de matière et que la courbure d'espace-temps sont infinies dans l'état initial.

Comme le rapporte Penrose, depuis 1998 environ, l'analyse des données de *supernovae* très lointaines tirées d'observations réalisées par deux groupes, l'un dirigé par Saul Perlmutter et l'autre par Brian P. Schmidt laisse suggèrer que l'expansion de l'Univers dans ses dernières phases ne coïncide pas avec l'évolution prédite par les cosmologies standard de Friedmann. Au lieu de cela, l'expansion de notre Univers semble s'être accélérée, ce qu'on ne peut expliquer qu'en incluant dans les équations d'Einstein une constante cosmologique Λ. Ces observations et d'autres ont donné des arguments en faveur d'un début d'expansion exponentielle caractéristique d'un modèle de Friedmann avec Λ positive.

La valeur de Λ issue de ces observations est suffisante pour que la valeur de K n'influe pas sur la vitesse d'expansion, la valeur de Λ (positive) dans les équations d'Einstein dominant le comportement futur lointain et fournissant une expansion exponentielle indépendante de la valeur de K à un niveau compatible avec les observations.

De nombreux cosmologues, devant le constat de cette accélération, adoptent la thèse de l'inflation cosmique qui de plus, milite en faveur d'une géométrie spatiale de l'Univers plate, correspondant donc à $K = 0$. Dans le scénario de l'inflation cosmique l'Univers a connu pendant un très court laps de temps situé environ entre 10^{-36} et 10^{-32} secondes après le Big Bang une expansion exponentielle caractérisée par un accroissement gigantesque de son diamètre d'un facteur compris entre 10^{30} et 10^{60} voire 10^{100} . La présence d'une phase inflationniste précoce dans l'histoire de l'Univers ne modifierait pas l'aspect de la figure ci-dessus, les effets ne se manifestant qu'à des temps très courts immédiatement après le Big Bang. Toute la théorie de Penrose donne une alternative à l'inflation qui explique les phénomènes qui semblent en dépendre.

La dynamique qui sous-tend l'inflation est censée être gouvernée par les mêmes principes généraux que les autres processus physiques, qui obéissent tous à des lois dynamiques *symétriques par renversement du temps.* Il est admis, toujours selon l'exposition qu'en donne Penrose, qu'un champ physique spécifique, appelé "champ d'inflaton" qui est responsable de cette inflation. Et surtout voici la critique : au cours de ce processus inflationniste une sorte de "transition de phase " est supposée s'opérer comme l'analogue de la transition entre solide et liquide lors de la solidification ou de la fonte. Or de telles transitions doivent s'effectuer en accord avec le Second Principe et s'accompagner d'un accroissement d'entropie. De plus, l'incorporation d'un champ d'inflaton dans la dynamique de l'Univers n'apporte aucun argument contre le raisonnement qu'a présenté Penrose et la faiblesse extraordinaire de l'entropie initiale reste un mystère.

4 Le point de vue de Penrose, quelques éléments.

Nous avons vu pourquoi Penrose ne croit pas que l'inflation soit une hypothèse recevable. Elle n'apporte aucune solution aux difficultés soulevées. Le problème de base a à voir avec la question de ce que nous entendons par état initial choisi au hasard. Un tel état ne peut être vu comme devant être lissé d'une manière prévue simplement comme résultat d'un processus dynamique fondé sur les équations de champ symétriques par rapport au temps, comme celle du "champ d'inflaton" sous-tendant la dynamique de l'inflation. Penrose énonce plusieurs possibilités autres que l'inflation. Celles-ci seront complètement développées quand sa théorie de la Cosmologie Conforme Cyclique sera elle-même exposée.

Cette Loi ou Principe nous dit que "l'aléatoire de l'Univers s'accroît avec le temps". Et de manière équivalente quand nous remontons le temps le caractère hasardeux de l'Univers ou entropie s'accroît. Le Big Bang doit avoir été un état excessivement spécial. Nous répétons cette expression que Penrose reprend lui-même si souvent dans ses travaux. Rappelons que les Américains Arno Penzias et Robert W. Wilson découvrirent en 1924 l'existence d'un rayonnement électromagnétique micro-ondes provenant de toutes les directions de l'espace, rayonnement prédit dès la fin des années 1940 par George Gamow et Robert Dicke Wilson. C'était le rayonnement encore observable aujourd'hui, que l'on appelle "flash du Big Bang" rayonnement dont la température serait tombée de 4000 K à quelques degrés au-dessus du zéro absolu. Penzas et Wilson après consultation de Dicke concluent que le rayonnement qu'ils observèrent correspondait à celui que Gamow et lui-même avaient observé. C'est ce rayonnement qui est appelé aujourd'hui Fond Diffus Cosmologique, (FDC). Penzias et Wilson se sont vu décerner le Prix Nobel pour cette découverte.

L'importance de l'expérience emportée par le satellite COBE "Cosmic Background Explorer" lancé par la NASA en novembre 1989 a permis à George Smoot et John Mather de collecter de remarquables observations qui leur ont valu le Prix Nobel. COBE a mis en évidence une propriété remarquable du FDC. L'extraordinaire accord entre le spectre observé et celui prédit par Max Planck en 1900 qui permet d'expliquer le "rayonnement du corps noir". Il faut noter, selon Penrose, l'extrême uniformité du FDC à travers le ciel. Une grande partie de la cosmologie moderne est issue de ces observations et s'attache à comprendre les légers écarts à l'uniformité du FDC que l'on peut également observer. Le FDC nous fournit l'accord le plus précis qui soit entre un spectre d'intensité mesuré expérimentalement et la courbe calculée du corps noir de Planck.

Précisons c'est important, la source de photons qui forme le FDC que nous "voyons" aujourd'hui n'est pas le "vrai Big Bang". Tous ces photons nous viennent en effet directement de ce qu'on appelle la "dernière surface de diffusion", qui remonte à environ 379000 ans après l'instant du Big Bang (c'est-à-dire lorsque l'âge de l'Univers était environ 1/36000 de son âge actuel). Avant cette date l'Univers était opaque au rayonnement électromagnétique car rempli d'un très grand nombre de particules chargées - essentiellement des protons et des électrons - se déplaçant de façon indépendante et formant ce qu'on appelle un "plasma".

Au moins sur la surface de dernière diffusion l'Univers était extraordinairement uniforme. Et Penrose argue qu'il est raisonnable de supposer que, si l'on peut négliger l'influence de la gravitation, la *matière* contenue dans l'Univers était effectivement à l'entropie maximale possible. C'est dans cette même uniformité de la distribution de matière qu'a résidé le *potentiel* permettant l'énorme accroissement ultérieur de l'entropie lorsque la gravitation est entrée en jeu. C'est l'hypothèse d'un Univers globalement homogène et isotrope, appelée parfois "Principe cosmologique" qui implique l'énorme suppression des degrés de liberté gravitationnelle dans l'état initial.

À partir de là on fait apparaître un vrai problème, il vaut la peine de l'énoncer et de voir comment Penrose le traite. D'après la mécanique quantique la courbe apparue correspond au spectre du rayonnement à l'*équilibre thermique* pour une température quelconque. Cet "équilibre thermique" désigne la région granulée de l'espace des phases la plus grande ou, souligne Penrose, la région correspondant à *l'entropie maximale.* Nous devons à nouveau faire face à un problème d'inversion des maxima. D'après l'argumentation précédente la base du Second Principe repose sur le fait que l'état initial de l'Univers- le Big Bang- doit être un état (macroscopique) d'entropie extraordinairement *minuscule.* Or voilà maintenant qu'on découvre qu'il est un état macroscopique, d'entropie *maximale.*

C'est en s'appuyant sur la théorie de la Relativité Générale, donc sur une cosmologie relativiste que l'on peut formuler la solution. D'après celle-ci l'état attendu correspond à un état initial thermique très chaud et uniforme. La théorie de la gravitation explique que les étoiles s'attirent mutuellement, ont tendance à s'agglutiner en amas et à aller de plus en plus vite. Comme l'affirme Penrose la distribution uniforme n'est pas celle dont l'entropie est maximale. L'accroissement de l'entropie s'accompagne d'une agrégation de distribution. Et dans la théorie d'Einstein l'"accumulation" peut *saturer* cette dernière, s'agglomérant et formant un *trou noir.* La formation d'un trou noir s'accompagne d'un accroissement énorme d'entropie. La masse du trou noir qui est au centre de notre galaxie est environ 4 millions de fois celle du Soleil. L'entropie totale de tels objets noie complètement celle du FDC.

En quoi cette situation est-elle spéciale ? La nature thermique excessivement et étroitement fermée du FDC nous dit que matière et radiation doivent avoir été dans un état de très haute entropie dans l'univers primitif (à la dernière diffusion au moins). C'est un paradoxe. Mais l'indice de la manière particulière dont l'entropie fut en fait excessivement basse réside dans cette autre caractéristique du fond diffus cosmologique (FDC) qui est une radiation électromagnétique ubiquitaire uniforme dans tout le ciel à une partie de 10^5, avec un spectre de température de 2, 7 K. Elle a été invariante d'échelle et pourrait être expliquée par une expansion exponentielle d'une phase primitive inflationnaire.

Revenons à l'argument de Penrose. Pourquoi n'y a-t-il aucune raison de croire en l'inflation ? Elle est censée expliquer l'uniformité sous ses aspects variées en arguant qu'une configuration initiale irrégulière aléatoire dans le Big Bang devrait être " tirée à plat " pour produire une telle uniformité comme une conséquence d'une telle expansion exponentielle.

Sans cette uniformité spatiale, nous dit Penrose, point de basse entropie comme donnée initiale et pas de Second Principe [8]. L'état initial spatialement uniforme n'aurait jamais pu se produire en conformité avec le Second Principe car il aurait représenté une énorme réduction d'entropie, soit une sévère violation de la Seconde Loi.

Le fait que cette uniformité spatiale représente une basse entropie peut sembler paradoxal mais Penrose résout le problème en introduisant la gravitation, i. e. des degrés de liberté gravitationnelle et nous obtenons un portrait différent, la gravitation nous fournissant selon ce qu'il sied à savoir une forte tendance à une agglutination de la matière qui amène à un haut état d'entropie hautement non-uniforme. Par rapport aux degrés de liberté gravitationnelle l'entropie était excessivement basse puisqu'elle a dû gagner en des systèmes de gravitation par accroissement en agglutination quand la gravitation prend le dessus conduisant aux galaxies et aux étoiles et finalement arrivant à des croissances prodigieuses d'entropie quand les trous noirs sont formés. C'est dans l'absence d'agglutination à l'état initial que réside le bas niveau extrême de l'entropie initiale.

8. J'emploie indifféremment comme Penrose l'expression Second Principe, Deuxième Loi.

Les singularités dans le trou (blanc ou noir) entraînent une entropie extrêmement haute que l'on peut voir comme l'extrême thermalisation des degrés gravitationnels de liberté aux singularités de trous noirs. Ces degrés de liberté étaient "ce qui ne fut pas activé" dans l'Univers primordial et du fait de la Seconde Loi leur insertion d'entropie excessivement haute n'aurait pas été éliminée par l'inflation. Donc en résumant Penrose, il est étonnant de constater l'initiale singularité (Big Bang) d'entropie exceptionnellement basse, pour commencer, tandis que les singularités de trous noirs étaient des états d'entropie extrêmement haute.

Penrose traite des problèmes que posent ses arguments, en les prenant un par un de sorte qu'ils vont converger vers le modèle final de cosmologie cyclique qu'il propose comme devenant alors, la seule et la meilleure, solution générale.

Vu que les différentes régions de gros grain en viennent à différer en taille de facteurs énormes, de vastes nombres de volumes à gros grain au voisinage de toute région particulière, le nombre de voisinages est croissant avec les dimensions et je le répète il est extrêmement probable qu'une courbe qui quitte une région à gros grains $\mathcal{R}_0$ au point de départ p_0 pour entrer dans une région à gros grain $\mathcal{R}_1$ va trouver que $\mathcal{R}_1$ a un volume bien plus gros que $\mathcal{R}_0$, alors que trouver une région bien plus petite serait invraisemblable. Étant donné la croissance énorme des volumes de ces régions à gros grain c'est une impossibilité pratique d'en trouver une plus petite, du genre de taille à fournir une entropie à valeur quelque peu plus petite que celle rencontrée précédemment. [9] Je reprends la logique de l'argumentation telle que j'ai commencé à la présenter dans la section 2.

Nous avons l'évolution d'un système physique représenté par une courbe dans l'espace des phases supposant que notre système à l'instant MAINTENANT (NOW) est représenté par un point x dans une boîte $\mathcal{V}$ de volume V très restreint, si nous voulons voir ce que pourrait être son comportement ultérieur, nous concluons que du fait des grandes variations de volume des différentes boîtes, le système a toutes les chances de passer par des boîtes de plus en plus grandes, selon le Second Principe.

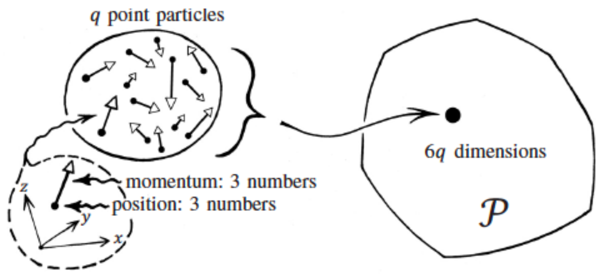
Nous constatons là encore, mais ce pourrait être lors de la position d'autres questions, que la cosmologie est devenue une science rationnelle spéciale, une science du Tout. Et donc elle est justiciable de questions ayant trait à ce Tout. D'où la question que j'ai le droit de poser. L'Univers est-il un système isolé ? Nous entrons dans une question cosmologique et posons la question : système isolé ou système ouvert ? Si l'entropie d'un système isolé augmente, il est toujours possible dans le cas d'un système ouvert de réduire l'entropie par une contribution d'une action extérieure. (Apport de la faible entropie du Soleil par exemple).

C'est une explication provisoire mais sans espoir de convaincre car les influences extérieures peuvent être incluses dans le système lui-même. Donc le système à l'étude est l'Univers dans son entier. L'Univers peut être infini cela n'empêche en rien que nous le considérions comme un tout. (L'Univers pourrait être spatialement fini, il serait alors absurde que la validité du Second Principe se fonde sur un raisonnement supposant l'infinitude de l'Univers).

Rappelons les modes de représentation de l'espace physique dont nous avons besoin pour poursuivre. Il y a d'abord, comme vu ci-dessus, l'espace de configurations. Un système possédant des degrés de liberté, ce peut être le nombre de particules, (avec des orientations, formes différentes) possède d dimensions si on ne tient pas compte des degrés de liberté interne). Puis, tout système possède un espace de phases dont je donne une définition simplifiée,. C'est un espace (abstrait) à chaque coordonnée de molécule doit correspondre une coordonnée de mouvement supplémentaire. L'espace de phases a deux fois plus de dimensions

9. *The Road to Reality,* traduit par *À la découverte des lois de l'Univers* p. 675 ed. fr. 2007 Odile Jacob.

que l'espace de configurations.



La question de l'infinitude ou de la finitude de l'univers n'est pas essentielle ici. La discussion sur le Second Principe peut s'appliquer à l'Univers $\mathcal{U}$ dans son ensemble, avec un espace de phases décrivant la totalité des univers possibles.

Nous raisonnons en cosmologue, mais c'est du point de vue de la Relativité Générale (RG) et donc il faut répondre au principe de covariance générale de la théorie d'Einstein. Il nous faut décrire l'évolution de l'Univers sans privilégier la coordonnée temporelle. Pourtant nous étudions l'évolution temporelle d'un point x dans l'espace des phases. $\mathcal{P}$. Chaque position de x est censée représenter une description spatiale du système à un temps t. Penrose ne s'engage pas dans une vision relativiste à ce stade. il dit que les modèles cosmologiques standard possèdent une coordonnée temporelle "naturelle".

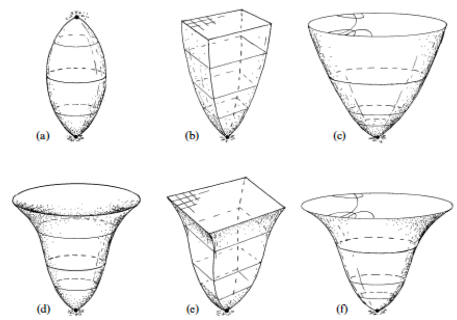
La dimension de $\mathcal{P}_U$ sera toujours infinie, que l'Univers soit spatialement infini ou non, caractéristique que l'on retrouve dans tous les autres champs. Comme le champ électromagnétique. Cela pose des problèmes pour le volume de l'espace des phases qui sont résolus avec la Théorie Quantique des Champs (TQC) permettant d'obtenir une réponse finie pour des volumes d'espace des phases ayant trait à des volumes dont l'énergie et la dimension spatiale sont bornées de façon appropriée. Penrose laisse cette question en suspens : nous ne disposons pas d'une théorie de la gravitation quantique.

Remarque : il est erroné selon Penrose d'attribuer l'accroissement de l'entropie à l'expansion de l'Univers. Cela provient de l'attribution erronée d'un nombre de degrés de liberté relativement réduit à un Univers plus petit, ce qui définit une sorte de plafond pour les valeurs possibles de l'entropie et d'un nombre de degrés de liberté à un Univers plus grand, ce qui relève ledit plafond et permet l'émergence d'entropie plus élevées. En défaut, e.g. , avec les modèles d'Univers avec une phase d'effondrement, (voir les modèles que nous présentons) et en général, pose problème avec les trous noirs. La notion de plafond d'entropie est inappropriée.

5 Précisions cosmologiques.

L'estimation de l'entropie colossale accessible à l'Univers, demande d'explorer les données cosmologiques pour saisir la taille de la boîte $\mathcal{B}$ de l'espace des phases correspondant au Big Bang, pour la comparer à la taille de $\mathcal{P}_U$ et le volume de la boîte $\mathcal{N}$ d'aujourd'hui. Il faut retenir dans la logique des arguments de Penrose, la manière dont la cosmologie se constitue à travers le résultat d'une réflexion sur le Second Principe vu à l'échelle cosmologique.

Rappelons les“modèles standards de la cosmologie". Nous avons rencontré le modèle de base d' Alexander Friedmann qui a découvert les solutions cosmologiques des équations d'Einstein avec une source de matière représentant une bonne approximation des distributions de galaxies complètement uniforme à grande échelle (“univers de poussière"). La classe de modèles qu'étudia Friedmann est appelée aujourd'hui celle des modèles “Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker", “modèles FLRW".



[10]

Ces modèles sont homogènes et isotropes. Isotrope signifie que l'Univers est le même dans toutes les directions. Il possède la symétrie du groupe $O(3)$. L'homogénéité spatiale signifie que l'Univers est le même dans tous les points de l'espace, à n'importe quel instant considéré. Ainsi avons-nous un groupe de symétrie transitif pour chaque membre d'une famille de 3-surface du genre espace qui sont les 3-surfaces $\mathcal{T}_t$ de l' "espace" au temps t. Ces hypothèses

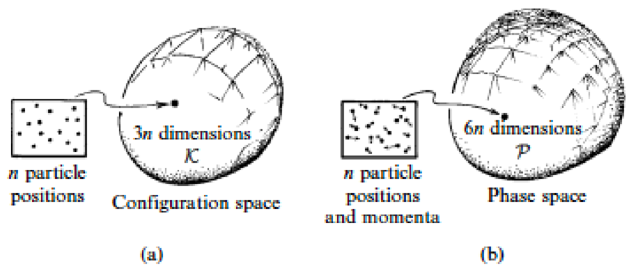
conviennent à nos observations de distribution de matière à très grande échelle et aux caractéristiques de fond de rayonnement cosmologique. L'isotropie spatiale est vérifiée avec un très bon degré d'approximation (en particulier par le rayonnement à 2, 7 K). Il semble que les écarts à l'uniformité s'atténuent de plus en plus au fur et à mesure que nous portons nos observations sur de grandes distances. COBE, BOOMERang, WMAP, l'isotropie est très bien vérifiée. Ce qui fait de la cosmologie une science de précision et en un sens, expérimentale. Caractéristique qui se conjugue avec cette autre qui fait de la cosmologie une science philosophique et spéculative.

6 Clarification complémentaire du concept d'entropie.

L'originalité de Penrose consiste à poser le problème, de la nature de l'entropie, dans sa plus grande amplitude. Sa définition est générale, (elle s'enrichit alors de significations cosmologiques) il faut y ajouter quelques précisions. Je rappelle à cet effet, ce qu'est l'espace des phases. À chaque coordonnée de position pour chaque particule constituante doit "correspondre" une coordonnée de mouvement supplémentaire. En connexion avec le formalisme de Hamilton c'est l'impulsion (ou le moment cinétique) dans le cas des coordonnées angulaires que nous devons utiliser pour décrire le mouvement. L'impulsion est égale à la masse fois la vitesse. Les mouvements de toutes les particules qui composent notre système tout comme leurs positions sont encodés dans la donnée d'un seul point p de $\mathcal{P}$. C'est le schéma que j'ai reproduit plus haut. Dans la plupart des situations courantes il suffit de considérer que l'impulsion est égale à *la masse fois la vitesse*. Les mouvements de toutes les particules composant notre système, tout comme leur positions sont encodés dans la donnée d'un seul point p de $\mathcal{P}$. C'est une forme de sytnèse remarquable.

10. Penrose, R. *The Road to Reality, ed. Jonathan Cape 2004* fig. 27.13 p. 719.

L'espace des phases est une manière très subtile d'appréhender un espace physique en usant d'un nombre de dimensions bien plus grand que celui de notre espace-temps physique. Pour un espace de n particules ponctuelles dans une portion de l'espace tridimensionnel l'espace des configurations $\mathcal{K}$ possède $3n$ dimensions chaque point de $\mathcal{K}$ représentant les positions des n particules. Dans l'espace des phases $\mathcal{P}$ représente les positions et les mouvements des particules. À eux seuls ces sytèmes de coordonnéees doivent être vus comme des façons synthètiques de représenter un système et son mouvement. On peut décrire l'évolution dynamique de notre système d'après les lois de la dynamique, comme celle d'un point p se d'eplaçant le long d'une courbe - appelée *trajectoire* - dans l'espace des phases $\mathcal{P}$. Cette trajectoire représente, comme le souligne Penrose, l'unique évolution du système complet d'après les lois de la dynamique. Ainsi l'espace des phases $\mathcal{P}$ est intégralement recouvert (il est *fibré*) par de telles trajectoires (et Penrose qui a intégré toute la théorie des fibrés à sa conception de la physique) compare l'espace des phases à une botte de paille) chaque point de $\mathcal{P}$ appartenant à l'une d'entre elles.



Il faut bien comprendre que tout le raisonnement (et sa cohérence) de Penrose repose sur cette construction physico-mathématique. La courbe est *orientée*, elle possède un *sens* de parcours. L'évolution de notre sysème est décrite par un point p qui évolue en voyageant le long de la trajectoire, en partant du point p_0 et suivant le sens de la flèche. On a ainsi l'évolution future de cet état particulier du système représenté par p. Et si l'on suit la trajectoire en s'éloignant de p_0 dans le sens opposé à celui indiqué par la flèche on obtient une évolution à rebours dans le temps.

Nous disposons de l'espace de phases d'un système, il faut comprendre comment y opère le Second Principe. Nous devons effectuer une granulation, selon la définition vue plus haut, telle que deux points appartenant à la même région issue de la granulation soient considérés comme indiscernables pour ce qui est des paramètres macroscopiques (comme la température, pression, densité, couleur, composition chimique). La définition de l'entropie S d'un état représenté par un point p de $\mathcal{P}$ est donnée par la célèbre formule de Boltzmann

$$S = k' log_{10} V,$$

V est le volume de la région granulée contenant p.

Il reste à bien comprendre une caractéristique importante de cet espace : il possède une *mesure naturelle* de telle sorte qu'on peut y mesurer des volumes en utilisant des nombres qui sont essentiellement sans dimension. On va le voir, la définition de l'entropie fait appel à des volumes de l'espace des phases. Je reprends exactement la formulation de Penrose qui est importante : on doit pouvoir comparer des mesures de volumes en dimension élevée, pour des valeurs de dimensions qui peuvent varier de façon considérable. Les volumes dans l'espace des phases, des *nombres* dans la théorie quantique, sont mesurés dans les unités de masse et de distance telles que $\hbar = 1$, la quantité

$$\frac{h}{2\pi}$$

dans la version de Dirac de la constante de Planck.

La quantité k est une petite constante (qui aurait été la constante de Boltzmann si j'avais choisi le logarithme naturel ln. Elle vaut $k' = klog10$ (log 10 = 2, 302585...) où k est effectivement la constante de Boltzmann.

$$k = 1,3805... \times 10^{-23} joule/degréKelvin.$$

Ces précisions sont intéressantes pour fonder le raisonnement de Penrose “calculatoirement".

n° indent Que signifie la faiblesse de l'entropie d'un état ? Ce n'est pas une bonne mesure du caractère spécial de cet état. Si l'on se rappelle l'œuf qui s'écrase au sol, son état d'entropie relativement élevée est lui aussi un état extraordinairement spécial. Pourquoi spécial alors ? Il existe certaines corrélations bien particulières entre les mouvements des particules qui constituent cet apparent "désordre", mouvements tels que si on les *renverse* toutes, tout ce désordre va se rassembler en un øeuf parfaitement intact se projetant vers le haut pour se percher sur le bord de la table.

L'état de faible entropie et plus généralement la faiblesse de l'entropie traduit une particularité *manifeste* qu'on peut voir dans les valeurs spéciales des paramètres macroscopiques. Même s'il existe certains états de relativement haute entropie capables d'évoluer vers les états de basse entropie en contredisant le Second Principe, ces états représentent une très petite minorité des possibles. C'est, dit Penrose, là, le "cœur" de la notion d'entropie et du Second Principe. La définition de l'entropie proposée par Boltzmann en termes de granulation traite de façon "très naturelle et pertinente de cette sorte de "spécialité" qu'exige la faible entropie". [11]

6.1 L'accroissement de l'entropie sa signification cosmologique.

On doit considérer qu'il se produit un accroissement inexorable de l'entropie vers le futur. Si notre système se déplace à partir d'un état de relativement faible entropie, le point p se déplace dans l'espace des phases $\mathcal{P}$ en suivant une trajectoire à partir d'un point appartenant à une région granulée $\mathcal{R}_0$ relativement petite. J'ai repris le schéma exposé au début, il "représente" le cœur du problème cosmologique.

Qu'est-ce qui se cache derrière le Second Principe ? Penrose y insiste, cette fois nous pouvons dire que le Second Principe circule de la physique à la cosmologie de façon assez systématique. Imaginons un système physique représenté par un point x dans une granulation bien choisie de l'espace des phases $\mathcal{P}$. Supposons que x se trouve à l'instant MAINTENANT dans une certaine boîte $\mathcal{V}$ de volume V. Le point x se déplace en vertu des équations de la dynamique correspondant à la situation physique considérée. Nous nous attendons à ce que dans l'écrasante majorité des cas x chemine vers des boîtes de plus en plus grandes. L'entropie deviendra de plus en plus élevée avec le temps.

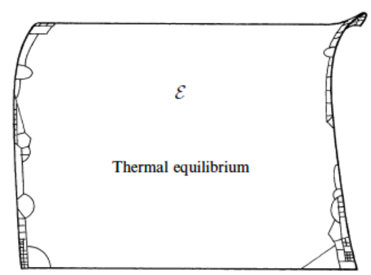
Dès lors que x se fraye un chemin vers une boîte correspondant à une certaine entropie il devient extrêmement improbable qu'au bout de n'importe quel laps de temps sensé il retombe dans une boîte d'entropie notablement inférieure. Accèder à une entropie plus faible

11. Penrose R. *ibid.* p. 38.

reviendrait à trouver un volume ridiculement plus petit ce qui est hautement improbable. Considérer la formule logarithmique de Boltzmann et la petitesse de la constante k.

J'utilise encore une observation d'un système physique local facile à imaginer. Une fois que le gaz s'est échappé de $\mathcal{R}$ la probabilité qu'il se réengouffre dans $\mathcal{R}$ est minuscule, du moins dans un intervalle de temps qui ne soit pas démesurément long. Mais tout le problème est là : il semble que nous ayons abouti à un principe *asymétrique* dans le temps alors que toute la physique sous-jacente peut être considérée comme symétrique. Nous pourrions appliquer le même raisonnement dans l'autre direction du temps, c'est-à-dire vers le passé. En partant avec le point x dans la même petite boîte $\mathcal{V}$ si nous étudions l'évolution vers le passé antérieurement à MAINTENANT nous trouverions une probabilité écrasante que x soit arrivé dans la boîte $\mathcal{V}$ après avoir traversé des boîtes de plus en plus grandes, ce qui contredit le second principe qui serait appliqué avec une entropie croissante vers le passé. Ce qui est en désaccord avec nos observations. Voilà une troisième occurrence de ce raisonnement, qui met en valeur une absurdité.

Raisonnons encore un peu à partir du gaz dans son récipient. En partant du temps t_0 de la configuration pour laquelle le gaz est entièrement confiné dans $\mathcal{R}$, x se trouvant dans $\mathcal{V}_{\mathcal{R}}$. Le comportement du gaz vers le futur est le bon. À l'ouverture de la valve, le gaz se déverse de $\mathcal{R}$ vers la totalité du récipient, l'entropie augmentant tandis que x se retrouve dans la région $\mathcal{E}$ correspondant à l'équilibre thermodynamique.



[12]

La boîte $\mathcal{E}$ représentant l'équilibre thermodynamique possède un volume E qui est généralement égal a au volume P de l'espace des phases $\mathcal{P}$.

Que s'est-il passé avant l'instant t_0 ? Si on imagine que la valve était ouverte avant l'instant t_0, l'évolution la plus probable que nous semblons obtenir serait la suivante : le gaz aurait été à un temps antérieurement à t_0, réparti uniformément dans tout le récipient et donc à l'équilibre thermodynamique et il se serait spontanément concentré de plus en plus dans la région $\mathcal{R}$, jusqu'à être complétement confiné à l'instant t_0. Ce qui est incompréhensible. Comment cette configuration de gaz confiné dans $\mathcal{R}$ peut-elle survenir ? C'est là le problème que Penrose veut nous transmettre. [13]

7 Pourquoi le passé est-il si différent ?

Notre raisonnement nous a amené à penser que le Second Principe doit s'appliquer à l'évolution future de tout système physique. La dynamique de l'évolution vers le futur n'induit aucun

12. Penrose, R. *The Road to Reality, ed. Jonathan Cape 2004* fig. 27.4 p. 677.
13. *ibid.,* The Road to Reality p. 677.

biais quant au choix des régions granulées. Mais si l'on s'intéresse à l'évolution vers le passé on s'aperçoit que cette hypothèse est tout sauf vérifiée. Si l'on retourne à l'expérience de l'œuf (il s'agit d'une "expérience", exemple que l'on prend tout le temps et que j'ai pris pour commencer cet article : un œuf sur le rebord de la table tombe sur le tapis) dans une perspective à rebours dans le temps, depuis un état initial brisé et désordonné vers un état d'équilibre hautement improbable, entier et non brisé, au bord de la table, via une série d'actions exceptionnellement improbables bien qu'en accord avec les lois de la dynamique.

Encore une remarque sur le futur. La validité du Second Principe dans notre Univers, avec l'implication d'une contrainte énorme sur l'état initial résulte, semble-t-il d'une observation. Cette observation ne semble correspondre à aucune contrainte équivalente dans le futur lointain. Ce que l'on peut affirmer c'est que nous ne disposons d'aucune indication nous permettant d'envisager un jour une décroissance de l'entropie. Les derniers instants de l'évolution d'un Univers dont la trajectoire s'achèverait dans une très petite région de l'espace des phases seraient les témoins d'étranges corrélations entre particules.

Nous pouvons encore réfléchir sur le Big Bang : une explosion primordiale à l'origine de toute chose. Les observations de Hubble ont démontré de façon assez convaincante que les galaxies s'éloignent de nous à des vitesses en gros proportionnelles à la distance qui nous sépare d'elles, si bien qu'en remontant le temps en pensée on en arrive à cette conclusion que toute cette matière a dû être rassemblée en un seul point à la même époque. Cet événement, origine de toute matière existante, a dû être le siège d'une formidable explosion. C'est la découverte de Hubble selon laquelle les galaxies distantes de nous s'éloignent de nous qui suggère l'idée d'une explosion initiale gigantesque. Hubble s'appuie sur le fait que la lumière émise par des objets en récession rapide sont déplacés vers la partie rouge du spectre (i. e. les plus grandes longueurs d'ondes) par effet Doppler.

D'après Penrose l'idée selon laquelle l'uniformité de l'Univers que nous observons aujourd'hui résulte de processus physiques s'étant produits aux premiers instants de l'évolution est profondément erronée. C'est là encore une idée qui le singularise.

Pourquoi erronée ? La dynamique qui sous-tend l'inflation est censée être gouvernée par les mêmes principes généraux que les autres processus physiques. Ils obéissent tous à des lois dynamiques *symétriques par renversement du temps*. C'est là la raison cosmologique du désaccord de Penrose, dont je n'ai donné jusqu'ici qu'un descriptif simplifié. Au cours de ce processus inflationniste une sorte de transition de phase est supposée s'opérer : analogue de la transition entre états solides et états liquides lors de la solidification ou de la fonte. Ces transitions sont censées être en accord avec le Second Principe et donc s'accompagner d'un accroissement d'entropie.

La faiblesse entropique tient à un déficit de l'excitation des degrés de liberté gravitationnelle très loin des autres niveaux atteints par les degrés de liberté.

Á quoi ressemble un état d'entropie élevé si l'on tient compte des degrés de liberté gravitationnels ? Pour faire comprendre ce point on peut penser au renversement temporel d'un Univers qui s'effondre, car cet effondrement doit aboutir à un état d'entropie réellement très élevé. Penrose souligne qu'il s'agit d'une supposition hypothétique qui vérifie les équations d'Einstein. Mais alors si toutes fluctuations de densité originellement présentes sont amplifiées, on aboutit à une singularité finale faite d'un "gigantesque capharnaüm de tous les trous noirs gelés" [14]. On devrait alors se retrouver avec un état constitué d'un monstrueux bazar de trous noirs gelés, ce qui finit par donner une singularité d'entropie gigantesque très éloignée

14. J'anticipe en faisant intervenir les trous noirs dont les éléments d'explcation sont donnés plus bas.

de la singularité bien uniforme de basse entropie proche de celle observée dans notre Big Bang. Toute l'argumentation permet alors de cerner ce caractère si spécial du Big Bang.

Si l'on retourne à nouveau le temps de notre Univers imaginaire non homogène en cours d'effondrement de façon à retrouver un scénario possible d'Univers en expansion, on s'aperçoit d'une part que cet Univers surgit d'une singularité de haute entropie qui aurait *pu* être l'état initial de notre univers réel et que d'autre part cet état initial est de fait bien plus probable (i.e. d'une entropie supérieure) que le Big Bang réel qui s'est effectivement produit. Si l'on suit ce raisonnement de Penrose on voit que l'ensemble des trous noirs qui gèlent dans les étapes finales, notre effondrement virtuel "nous fournit une fois le temps retourné pour donner un univers en expansion l'image d'une singularité initiale constituée de multiples *trous blancs* divergeant simultanément". [15]

Voici la clé de l'argument : c'est bien l'absence totale de telles singularités analogues à des trous blancs qui distingue notre Big Bang et en fait un événement si extraordinairement spécial. Comme nous en avons eu l'occasion de le constater tout au cours de notre exposé c'est la démonstration de cette spécificité qui est la clé de la démonstration de Penrose.

Dans notre Univers soumis au Second Principe, la singularité initiale (Big Bang) fut une singularité à entropie exceptionnellement basse, tandis que les singularités des trous noirs furent un état d'entropie exceptionnellement haute. Et dans chaque cas c'est dans les degrés *gravitationnels* de liberté dont on tire toute l'histoire de l'entropie. Le rôle primordial de la gravitation doit être constaté par la formule de l'entropie des trous noirs de Beckenstein-Hawking qui nous dit combien énorme doit être leur entropie.

Cette formule peut être utilisée pour estimer l'extraordinaire spécificité de l'état de Big Bang, en tant qu'opposée aux possibilités d'entropie extrêmement haute dans les trous noirs. Nous concluons dit Penrose, en prenant en compte seulement la région de l'espace temps à l'intérieur de notre propre cône de lumière passé i.e. notre horizon particulier, que la probabilité pour qu'un tel état arrive est I fraction de quelque chose comme $10^{10^{124}}$.

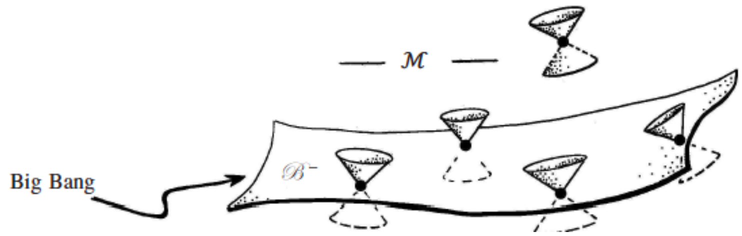
J'y reviendrai, Penrose insiste pour dire qu'il y a là un profond mystère à résoudre qui reste inentamé si l'on insère une phase inflationnaire dans l'univers primordial. Le mystère réside dans le fait que les degrés de liberté gravitationnels (et apparemment seulement eux) sont représentés de manière asymétrique par rapport au temps dans ces bords singuliers temporels de l'espace-temps.

Les équations d'Einstein sont également symétriques par rapport au temps et nous pouvons savoir qu'il n'y a pas de solution en relativité générale classique. Les singulartités sont normalement vues comme des choses à traiter en *quantum* en gravité quantique et Penrose rappelle qu' il y a longtemps il pensait que cette profonde asymétrie temporelle dans la structure de la singularité d'espace-temps devait être le résultat du changement de cadre de la Mécanique Quantique qui serait engendrée par un schéme supposé, que Penrose appelle "gravifization de la mécanique quantique".

Penrose indique que sa vision actuelle de ce problème a radicalement changé, son point de vue étant devenu celui de la cosmologie conforme cyclique (CCC). Il réexamine la géométrie de la figure ci-dessus d'un point de vue conforme en adoptant deux astuces mathématiques. Ces astuces sont celles qui lui sont famileres depuis les années soixante et elles peuvent toujours s'appliquer dans le cas des modèles homogènes isotropes de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW). Pour de tels modèles qui s'étendent à l'infini dans le futur lointain, une remise à l'échelle de la métrique peut être appliquée pour "écraser" le futur à

15. *ibid.* Les cycles du temps p. 122.

l'infini qui devient un bord futur fini, de l'espace-temps. Considérons alors une première fois la proposition du collègue de Penrose, Paul Tod ayant travaillé sur l'hypothèse WCH* ou hypothèse de courbure de Weyl nulle. La formulation mathématique qu'il en donne revient à dire qu'il existe une surface tridimensionnelle $\mathcal{B}^-$ représentant le Big Bang qui se comporte comme une frontière régulière de l'espace-temps vers le $\mathcal{M}$ passé. C'est la figure ci-dessous.



$\mathcal{M}$ est considéré comme une variété conforme tout comme dans les modèles à symétrie exacte FLRW décrits dans les diagrammes stricts conformes [16], mais on ne suppose plus la symétrie FLRW de ces modèles particuliers.

C'est ce double prolongement avec ses caractéristiques propres qui est à la base du modèle proposé par Penrose.

La surface en question se comporte comme une variété conforme comme dans les modèles FLRW. Cette proposition contraint la courbure de Weyl C à être *finie* au Big Bang. Et mathématiquement l'espace-temps doit pouvoir se prolonger de façon régulière comme une variété conforme légèrement *antérieurement* à l'hypersurfac $\mathcal{B}^-$ et de l'autre côté à se prolongeer au-delà de l'hypersurface ultime $\mathcal{I}^+$. Cela ne veut pas dire qu "avant le Big Bang" car il n' y a rien avant le Big Bang. Je reviendrai sur ces deux prolongements qui seront la solution que Penrose apporte à son problème.

$\mathcal{M}$ est considéré comme une variété conforme tout comme dans les modèles à symétrie exacte FLRW décrits dans les diagrammes stricts conformes [17], mais on ne suppose plus la symétrie FLRW de ces modèles particuliers.

C'est ce double prolongement avec ses caractéristiques propres qui est à la base du modèle proposé par Penrose.

La surface en question se comporte comme une variété conforme comme dans les modèles FLRW. Cette proposition contraint la courbure de Weyl C à être *finie* au Big Bang. Et mathématiquement l'espace-temps doit pouvoir se prolonger de façon régulière comme une variété conforme légèrement *antérieurement* à l'hypersurfac $\mathcal{B}^-$ et de l'autre côté à se prolongeer au-delà de l'hypersurface ultime $\mathcal{I}^+$. Cela ne veut pas dire qu "avant le Big Bang" car il n' y a rien avant le Big Bang. Je reviendrai sur ces deux prolongements qui seront la solution que Penrose apporte à son problème.

8 Cône, géométrie, métrique

Une particule peut avoir un mouvement qui est accéléré en certains endroits le long de sa ligne d'univers, ce qui alors l'incurve, l'accélération s'exprimant en termes spatio-temporels

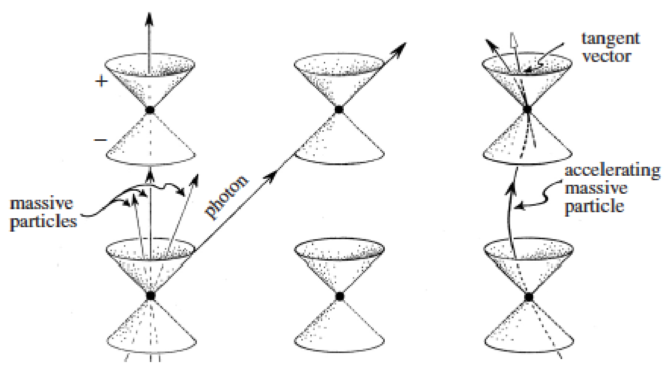
16. de tels diagrammes sont des diagrammes utilisés pour représenter des espaces-temps (symbolisés par la lettre $\mathcal{M}$) dotés d'une symétrie sphérique exacte

17. de tels diagrammes sont des diagrammes utilisés pour représenter des espaces-temps (symbolisés par la lettre $\mathcal{M}$) dotés d'une symétrie sphérique exacte

comme la courbure de la ligne d'univers. C'est le vecteur tangent à la ligne d'univers qui doit être à l'intérieur du cône de lumière. S'il s'agit d'une particule sans masse comme le photon alors sa ligne d'univers doit être le long du cône de lumière en chacun de ses événements car sa vitesse en chacun de ses événements est de fait celle de la lumière.

Les cônes de lumière nous renseignent sur la causalité. En termes de géométrie sur $\mathbb{M}$.[18] On dit qu'un événement p est autorisé à exercer une influence causale sur un autre événement q s'il existe une ligne d'univers reliant p à q, un chemin de p à q situé à l'intérieur des cônes de lumière. Il faut pour ce, spécifier une orientation du chemin qui va uniformément du passé vers le futur. Cette procédure exige d'assigner à la géométrie, une direction qui se traduit par une séparation continue et cohérente entre le passé et le futur. La terminologie normale de l'enchaînement causal établit une influence causale dans la direction passé/futur.

La géométrie de $\mathbb{M}$ est complètement uniforme chaque événement étant sur un pied d'égalité avec tout autre événement. Cette uniformité se perd le plus souvent quand on passe à la Relativité Générale. L'assignation continue de l'orientation temporelle des cônes de lumière est conservée. Et la ligne d'univers de toute particule massive a ses vecteurs tangents situés à l'intérieur des cônes de lumière.



[19]

Les lignes d'univers des particules massives vont vers l'intérieur des cônes et celles sans masse le long des cônes.

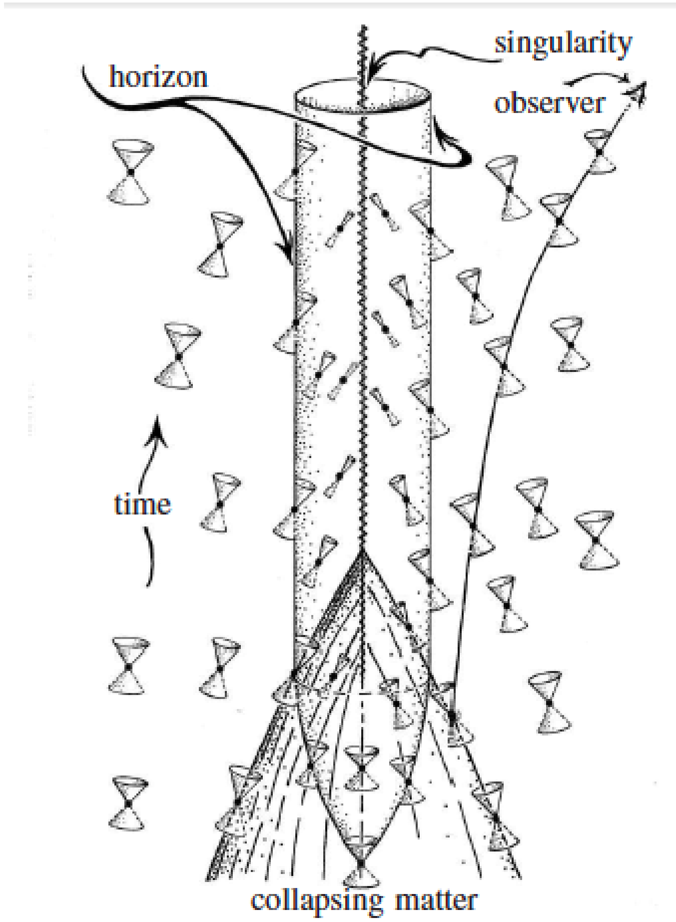
9 Le mécanisme de formations des trous noirs

Je vais décrire brièvement le mécanisme de formation des trous noirs car ceux-ci jouent un rôle clef dans la cosmologie de Penrose. D'une part dans le mécanisme même qui présente des analogies avec le Big Bang et d'autre part dans l'économie de la théorie de l'Univers, puisqu'ils expliquent selon Penrose, la fin d'une période de l'évolution de l'Univers (un éon), les trous noirs s'absorbant les uns les autres jusqu'au dernier gigantesque qui subsiste et disparaît dans un "pop".

Nous avons ici le schéma de la formation d'un trou noir. Regardons bien. Nous avons le diagramme d'espace-temps de la formation d'un trou noir (une dimension en moins). La matière s'effondre sur elle-même traverse la 3-surface qui deviendra l'horizon (absolu) comme nous allons le voir. Aucune matière aucun signal ne peut s'échapper du trou noir après sa formation. Les cônes de lumière sont tangents à l'horizon et laissent donc passer matière

18. $\mathbb{M}$ désigne l'espace-temps de Minkowski.
19. Penrose, R *.ibid.* fig. 2. 13 p. 84.

et signaux vers l'intérieur, mais pas vers l'extérieur. Un observateur externe ne peut donc pas voir l'intérieur du trou noir mais seulement la matière -très assombrie et décalée vers le rouge- juste avant qu'elle ne traverse l'horizon.



La figure représente l'effondrement d'une étoiie ultramassive en trou noir. La pente des cônes de lumière future devient verticale.

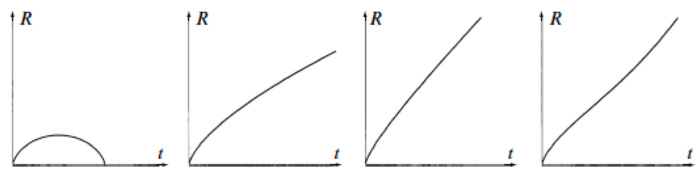
On donne une défintion très générale d'un trou noir : sort réservé à tout grand corps massif arrivé à un stade de son évolution telle que les forces de pression qui assurent sa cohésion ne suffisent plus face à l'implacable attraction de sa propre influence gravitationnelle. Un tel effondrement gravitationnel pour toute étoile dont la masse vaut plusieurs fois celle du Soleil, $10_{\odot}$, arrivant à épuisement de ses ressources énergétiques, car elle commence à se refroidir et ne parvient plus à maintenir la pression suffisante pour éviter l'effondrement. (Exemple la pression de dégénérescence de l'électron ou neutron liée au principe de Pauli).

Dans le diagramme que j'ai recopié de Penrose, comme tous ceux qui sont présents dans cet article, nous voyons que la matière continue de s'effondrer sur elle-même et traverse la surface -appelée "horizon des événements", ou plus simplement "horizon" (absolu) sur laquelle la vitesse de libération dépasse celle de la lumière. Et aucune information au sujet de l'étoile ne peut plus atteindre un observateur extérieur. Le diagramme décrit une solution de Schwarzschild de l'équation d'Einstein. C'est un champ gravitationnel statique autour d'un corps à symétrie sphérique, qu'il s'effondre ou pas. L'horizon se trouve à distance radiale

$$r = 2G/C^2.$$

Les diagrammes conformes que Penrose a développés (il faut ajouter le nom de Carter qui en a eu le premier l'idée) ont l'avantage de mettre en évidence la causalité de l'espace-temps. Mais revenons aux diagrammes qui représentent les modèles cosmologiques FLRW, pour différents choix possibles de la courbure de l'espace. L'Univers part d'une singularité - Big Bang- la courbure de l'espace temps y est infinie. Il croît ensuite rapidement et son expansion dépend de la valeur de K. Si $K = 0$ l'expansion finit par s'inverser et l'Univers revient à une singularité (le "Big Crunch") inverse du Big Bang. Si $K > 0$ l'expansion finit par se tarir et la phase d'effondrement n'a pas lieu. Si $K < 0$ il n'y a aucun effondrement. L'expansion a un rythme constant.

La suggestion de Einstein d'introduire une constante, un terme cosmologique Λg_{ab} (sur laquelle il est revenu) a été une chance, les observations actuelles incitant à penser que l'univers se comporte comme s'il y avait une constante cosmologique positive $\Lambda > 0$. Considérons dans le diagramme de Penrose en question les analogues des figures a) b) c) avec constante cosmologique en plus dans les équations de Friedmann.



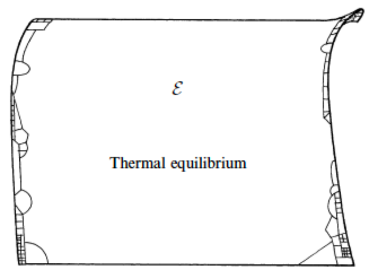
$K > 0,\ \Lambda = 0$ (a) $\quad K = 0,\ \Lambda = 0$ (b) $\quad K < 0,\ \Lambda = 0$ (c) $\quad \Lambda > 0$ (d)

L'un des modèles décrirait relativement bien l'histoire de notre Univers, au moins à partir de l'époque du découplage, à l'époque où l'Univers n'avait que 3×10^5 années époque à laquelle nous parvenons quand nous observons le fond de rayonnement cosmologique. Avant le découplage l'Univers aurait été sous "la domination du rayonnement". Je renvoie, pour une exposition claire, aux ouvrages de Marc Lachièze-Rey.

Sur ces questions Penrose adopte une position qui est liée à son refus de l'inflation, selon laquelle, rappelons-le, une expansion exponentielle qui aurait augmenté la taille de l'Univers d'un facteur de l'ordre de 10^{60}. Cette expansion inflationnaire est censée prendre fin à 10^{-32} seconde après le Big Bang.

L'originalité de Penrose tient à son inventivité géométrique. Le cas $K > 0$ est représenté par une 3-sphère. Mais il faut souligner son usage de l'espace projectif $\mathbb{R}\,\mathbb{P}^3$ que l'on obtient en identifiant les points antipodaux de S^3. D'autres identifications entre les points différents de S^3 donnant lieu à des espaces lenticulaires dont aucun n'est vraiment isotrope. Le cas (isotrope) $K = 0$ est l'espace euclidien ordinaire, et $K < 0$ donne la géométrie tridimensionnelle hyperbolique. Le cas habituel $K > 0$ est qualifié d'univers "fermé", ce qui signifie *spatialement fermé* i.e. contenant une hypersurface compacte du genre espace. Les cosmologues usent souvent du terme de cas 'ouvert" pour le cas $K < 0$, mais en toute rigueur remarque Penrose le cas $K = 0$ est lui aussi spatialement ouvert.

10 La question de la taille de l'espace des phases.



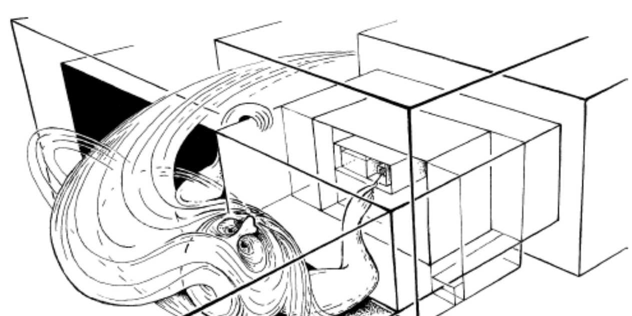
[20]

C'est la création fictive. Nous avons une estimation raisonnable du volume total $\mathcal{P}_{\mathcal{U}}$ qui est essentiellement identique au volume E de la boîte $\mathcal{E}$ (ci-dessus) d'entropie maximale, à savoir l'exponentielle de cette valeur de l'entropie

$$E = e^{10^{123}} \sim 10^{10^{123}}$$

cf. $S = logV$ de Boltzmann écrit dans les unités naturelles. On regarde où se situe cette valeur par comparaison avec le volume N de la boîte $\mathcal{N}$ correspondant à l'entropie actuelle et du volume B de la boîte $\mathcal{B}$ de l'entropie du Big Bang. On déduit à la suite d'un calcul que B et N ne représentent chacun que un $10^{10^{123}}$-ième du volume total E. De plus le volume B ne représente que un $10^{10^{101}}$-ième du volume N de l'Univers actuel.

Pour mieux cerner le problème que pose le volume d'espace des phases si ridiculement petit de $\mathcal{B}$ Penrose imagine le Créateur à la recherche de ce tout petit endroit de l'espace des phases $\mathcal{P}_{\mathcal{U}}$ tentant d'utiliser une épingle pour faire naître l'Univers correspondant à ce que nous observons. Penrose a dessiné une représentation fantaisiste de cet acte de création. Si le Créateur manquait la boîte d'un tout petit poil, et plongeait son épingle dans la région d'entropie maximale $\mathcal{E}$ on aurait un univers hostile avec un épouvantable "capharnaüm" d'irrégularités. Penrose a représenté des univers sans Second Principe pour définir une direction statistique du temps. Je ne reprends pas ici cette hypothèse, mais elle montre à quel épouvantable "capharnanaüm" de trous noirs en coagulation nous sommes conduits, celui-là même que nous avions envisagé plus haut.



[21]

20. Penrose, R. *The Road to Reality, ed. Jonathan Cape 2004* fig. 27.4 p. 677.
21. Penrose, R *.ibid.* fig. 2. 13 p. 84.

10.1 En quoi le Big Bang fut-il si spécial ?

Si l'on va de la taille si petite de l'Univers au moment du Big Bang à son état d'entropie si basse, on est bien dans le même paradoxe.

Alors à quoi ressemble un état d'entropie élevé ? Pensons au renversement temporel d'un Univers qui s'effondre, puisque cet effondrement s'il est fait en accord avec le Second Principe doit déboucher sur un état d'entropie réellement très élevé. Dans un scénario d'effondrement très général on peut s'attendre à voir émerger toutes sortes d'irrégularités. Lorsque une concentration de matière est atteinte dans les régions localisées, la probabilité est grande pour que des surfaces piégées voient le jour, ce qui débouche sur la formation de singularités spatio-temporelles. L'amplification de toutes les fluctuations de densité originellement présentes conduit à une singularité finale, constituée à partir d'un gigantesque capharnaüm de trous noirs gelés, puis dans une situation BKL, comme dit au paragraphe précédent. La notion

de surface piégée est encore une idée originale de Penrose, c'est une notion topologique. C' est un exemple de ce qu'on appelle aujourd'hui une condition "quasi-locale". Nous affirmons la présence d'une 2-surface topologique de genre espace fermée (normalement une 2-sphère topologique) dont les normales de lumière dirigées vers le futur, sont, à la surface, toutes convergentes. Et ajoute l'auteur (note 49 des *Cycles du Temps*) dans tout espace-temps, il existe des parties locales d'une 2-surface de genre espace dont les normales ont cette propriété, donc la condition n'est pas locale, une surface fermée surgit, cependant, uniquement lorsque ces parties peuvent s'assembler pour former une surface fermée (i. e. une topologie *compacte*). Développer nous mènerait trop loin.

Nous devons rappeler le fameux théorème de Penrose qui prouve l'existence obligatoire de singularités lors d'un effondrement gravitationnel, à condition que l'espace-temps satisfasse quelques conditions que je ne développe pas ici. Théorème d'une extrême généralité qui ne dit rien sur la nature du problème posé par l'étoile en train de s'effondrer. Les Russes Lifshitz et Khalatnikov avec l'aide Vladimir A. Belinski ont permis d'argumenter en faveur d'un type d'activité chaotique extraordinaire à l'approche d'une singularité. Elle s'appelle la Conjecture *BKL* .[22]

10.2 La possibilité d'un cadre rigoureux pour le Second Principe

Comme l'explique Penrose à force arguments, nous sommes face à un casse-tête, qu'on invoque ou non sa théorie de la CCC : l'entropie de notre Univers -ou de l'éon courant dans le cadre de la CCC- s'accroît de façon considérable depuis l'Univers primordial, jusqu'au futur lointain, malgré la similitude qui lie ces deux extrêmes. La distinction entre les deux semble essentiellement se résumer à un simple changement d'échelle. Or tout changement global d'échelle n'a aucun impact fondamental sur les mesures d'entropie.

Les volumes de l'espace des phases sont invariants par des changements d'échelle conformes. Pourtant l'entropie ne cesse *effectivement* de croître dans notre Univers, et même énormément par les effets d'accrétion gravitationnelle. Comme l'explique Penrose, notre casse-tête consiste donc à concilier ces deux faits apparemment contradictoires : l'entropie de notre Univers - ou de l'éon courant si l'on accepte le CCC, s'accroît de façon considérable depuis l'Univers primordial jusqu'au futur lointain, et la similitude de ces deux états.

Examinons en détail l'état probable de cet Univers primordial à qui l'on impose une condition

22. Penrose R. *ibid.* p. 101

destinée à tuer les degrés de liberté gravitationnels à l'instant du Big Bang, de façon à réduire considérablement son entropie gravitationnelle. Que faire avec l'inflaton ? [23] On peut ignorer la possibilité d'une inflation ou bien adopter le point de vue de la CCC pour laquelle la phase inflationniste *est* la phase d'expansion exponentielle de l'éon précédent, soit encore se placer après l'instant cosmique -aux alentours de 10^{-32} secondes- instant où l'inflation est censée s'arrêter.

Il est raisonnable de supposer que l'Univers primordial aux environs p. e. de 10^{-32} était dans un état gouverné par la physique invariante conforme rempli de constituants effectivement sans masse. On peut supposer aussi qu'en étirant de façon conforme l'état initial de l'Univers, dans lequel les degrés de liberté gravitationnels sont de fait massivement supprimés, on obtiendrait alors un état régulier sans singularité, toujours peuplé d'entités sans masse, la plupart étant des photons. Il faut aussi tenir compte des degrés additionnels de la matière noire supposée sans masse dans les premiers instants.

À l'autre extrêmité de l'échelle des temps nous avons pour finir un Univers de de Sitter en expansion exponentielle, encore une fois essentiellement constitué d'éléments sans masse (les photons entre autre). Et même si une partie de la matière errante pourrait très bien être constituée de particules massives et stables, l'entropie serait presque entièrement contenue dans les photons. On peut compresser de façon conforme l'avenir lointain pour aboutir à un état régulier de l'Univers très semblable à celui obtenu en étirant de manière conforme la situation proche du Big Bang. J'ai utilisé à la suite Penrose le terme d' "étirement", qui reflète parfaitement le travail géométrique qu'il s'agit d'effectuer.

Il est possible qu'une plus grande quantité de degrés de liberté soient activés dans le Big Bang étiré, en supplément des degrés de liberté activés dans la matière noire. [24] La proposition de Paul Tod autorise par ailleurs la présence de degrés de liberté gravitationnels dans un tenseur de Weyl **C** non nul (la CCC impose $\mathbf{C}=0$).

Une condition, qu'énonce Penrose, doit nous permettre de caractériser la nature très particulière du Big Bang. Il faut énoncer fondamentalement que les degrés gravitationnels n'ont pas encore été excités lors du Big Bang. Comme on l'a dit plus haut, cela revient à dire "la courbure de Weyl s'annule en ce point". Penrose a baptisé cette condition d'annulation de la courbure pour des singularités initiales l'*hypothèse de courbure de Weyl* ou hypothèse WCH^*. J'ai commencé -plus haut- à décrire le travail de son collègue Paul Tod qui a réalisé une étude sur la formulation de la WCH^*.

En gros, il existe une surface tridimensionnelle $\mathcal{B}^-$, représentant le Big Bang qui se comporte comme une frontière régulière de l'espace-temps $\mathcal{M}$ vers le passé. $\mathcal{M}$ est alors considéré comme une variété conforme. Mais le casse-tête subsiste. La valeur de l'entropie est à peine

moins faible dans l'Univers très primordial. Comparée à celle de d'un futur très lointain, alors que des accroissements absolument énormes d'entropie se sont certainement produits entre 10^{-32} seconde et cet avenir très éloigné. Quelles sont les contributions à cet accroissement énorme de l'entropie ? À notre époque il provient des trous noirs situés au centre des galaxies. On peut rendre notre galaxie comme un cas typique. Elle contient un trou noir d'environ $4 \times 10^6 M_\odot$ ce qui via la formule de Beckenstein-Hawking, donne un entropie par baryon pour

23. J'ai exposé plus haut ls raisons du refus par Penose de cette notion.
24. Je ne fais qu'une brève allusion à la matière noire. En gros, il est clair que la dynamique des étoiles au sein des galaxies, si l'on se fie à la théorie standard ne peut s'expliquer que par l'existence de davantage de matière au voisinage des galaxies que par la seule matière visible. Il en va de même de la dynamique des galaxies individuelles au sein des amas. Il semblerait qu'il y ait plus de matière que celle que nous observons sous forme baryonique, d'où cette idée de matière noire.

notre galaxie d'environ 10^{21}.

On prend cette valeur comme une estimation plausible de l'entropie par baryon dans l'Univers en général. La deuxième contribution la plus importante semble être due au Fond Cosmologique où l'entropie par baryon n'est pas supérieure à environ 10^9. On doit constater d'une part à quel point, *a priori*, l'entropie a déjà crû de façon extraordinaire depuis l'époque du découplage- [25] et encore plus depuis 10^{-32} secondes- et d'autre part la prédominance fondamentale de l'entropie des trous noirs dans ce fantastique accroissement.

L'entropie par baryon dans le fond cosmologique est 1000 000 000 environ, D'après l'estimation qui est faite de l'entropie par baryon, l'entropie actuelle est 1 000 000 000 000 000 000 000 celle-ci se trouvant stockée principalement à l'intérieur des trous noirs. Par quelle magie l'entropie va-t-elle sembler se réduire d'un facteur aussi gigantesque ?

Comme on le constate encore les trous noirs sont de grands acteurs cosmologiques dans le scénario mis en place par Penrose. Ils le sont à plus d'un titre, comme les organisateurs de la fin des éons [26], mais aussi comme vecteurs ou modèles d'analyse des situations cosmologiques importantes, en particulier par leur présence au sein des grandes structures. On peut dire que la théorie des trous noirs s'est précisée avec le développement de la compréhension de leur rôle cosmologique. C'est là une situation originale, qui doit être réfléchie : la cosmologie fournit une analyse épistémologique de certains objets qui l'éclairent en retour.

Dans l'incroyable palette de la physique des particules, considérons les hadrons, les plus massives de toutes les particules élémentaires, participant aux interactions fortes. La famille des hadrons inclut les fermions connus sous le nom de baryons ainsi que les bosons appelés mésons. Tous les hadrons sont considérés comme composés de quarks. Les hadrons connus sous le nom de baryons sont les nucléons ordinaires (neutrons et protons ainsi que leurs cousins lourds appelés hypérons (découverts dans les rayons cosmiques et dans les accélérateurs).

Quel est le destin dans un avenir très lointain de tous ces trous noirs, responsables de l'énorme accroissement d'entropie ? Après environ 10^{100}ans tous les trous noirs auront disparu, évaporés grâce au processus du rayonnement Hawking, ils auront disparu l'un après l'autre, en théorie dans un "pop" ultime. Cette fin du scénario fondée sur la théorie des trous noirs est certainement fantastique, et une construction pour une grande part confirmée par des données observationnelles extrapolées. Il est impossible de statuer sur l'épistémologie de ce point de vue de la cosmologie, mais ce serait un travail important qui reste à faire et qui est en cours.

L'accroissement d'entropie qui accompagne l'absorption de matière par un trou noir, ou la réduction de taille (et de masse) d'un trou noir sous l'effet d'évaporation Hawking doit s'effectuer conformément au Second Principe : ils en sont les conséquences directes. Penrose pour son raisonnement explique qu'il n'est pas nécessaire de maîtriser l'argumentation profonde et subtile de Hawking. de 1974, qui décrit la température et l'entropie d'un trou noir, qu'on suppose avoir été crée à partir d'un effondrement gravitationnel dans un passé distant.

$$T_{BH} = \frac{K}{M}.$$

La constante K étant en fait $K = 1/(4\pi))$ se déduit donc de principes de thermodynamiques une fois admise la formule de l'entropie. C'est la température vue depuis l'infini, et le taux

25. L'époque du découplage correspond à l'époque où l'Univers s'est suffisamment refroidi pour que les électrons et protons séparés se sont rassemblés rendent l'Univers transparent.

26. J'explique un peu plus bas comment l'Univers cyclique de Penrose s'organise en périodes appelées éons.

auquel le trou noir rayonne est déterminé en supposant cette température uniformément répartie sur une sphère de rayon correspondant au rayon de Schwarzschild du trou noir.

Tant que l'espace-temps décrit par le trou noir continue d'être une géométrie *classique* (non quantique) le rayonnement devrait continuer à extraire de la masse /énergie du trou à un tel taux que celui-ci disparaîtrait en un temps fini, environ $2 \times 10^{67}(M/M_{\odot})^2$ ans pour un trou de masse M si rien d'autre ne tombe dans le trou. Combien de temps la géométrie spatio-temporelle nous donne-t-elle une image fiable de ce trou noir ?

D'après une grande partie de la communauté des physiciens ce n'est que lorsque le trou-noir approche la taille absurdement minuscule de Planck de 10^{-35} mètres (en gros 10^{-20} du rayon classique d'un proton) qu'on peut espérer voir surgir une forme de gravitation quantique. La seule masse restante serait sans doute voisine de la masse de Planck m_p, le contenu énergétique proche de l'énergie de Planck, E_p, on ne voit guère comment cet état pourrait perdurer plus longtemps que le temps de Planck. Certains physiciens ont envisagé la possibilité que le point final puisse être un résidu *stable* de masse m_p, il manque encore des arguments de théorie quantique des champs (TQC) pour faire un riasonnement complet.

Penrose peut encore préciser son point de vue (CCC) sur la base de ces données. Quoi qu'il en soit de son état final l'état actuel semble être indépendanrt de la taille initiale du trou noir et ne dépendre que d'une fraction minuscule de la masse/énergie de celui-ci. La contrainte imposée par la CCC est qu'aucune entité dotée d'une masse au repos ne doit subsister éternellement. Reste qu'en dépit de cette contrainte d'ensemble, le trou noir possède une particularité étrange : l'évolution future de l'espace-temps y résulte d'une singularité spatio-temporelle interne inévitable. Ce qui constitue une *caractéristique apparemment unique* parmi tous les processus d'évolution physique connus.

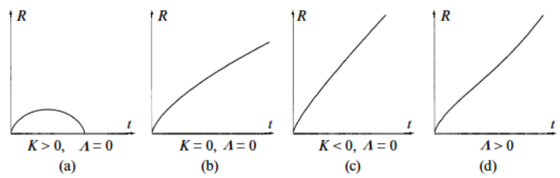
11 Suite sur la CCC

La CCC apporte un éclairage original sur le Big Bang et sur la façon de prolonger la physique telle que nous la connaissons aussi loin que possible dans le futur. Cette singularité résulte de la RG, il est difficile que cette description classique puisse être sérieusement modifiée par des considérations de gravité quantique tant qu'on n'atteint pas des courbures spatio-temporelles énormes pour lesquelles le rayon de courbure s'approche de cette échelle extrêmement petite qu'est la longueur de Planck l_p.

En particulier pour un gigantesque trou noir situé au centre d'une galaxie, l'endroit où l'on atteint des rayons de courbure aussi minuscules consiste en une région extrêmement réduite qui entoure la singularité dans l'image spatio-temporelle classique. *Il faut vraiment penser l'endroit baptisé "singularité" dans les descriptions spatio-temporelles comme le lieu où "la gravitation quantique prend le dessus."* La structure mathématique censée remplacer l'image d'Einstein de l'espace-temps continu ne fait l'objet d'aucun consensus. On esquive la question dit Penrose : on accole une frontière singulière de courbure sauvagement divergente dont le comportement est éventuellement analogue à un chaos de type BKL.

Il s'agit de trouver une sorte de critère caractérisant le "point de non-retour" de l'effondrement. Il existe nombre de situations dans lesquelles l'effondrement d'un corps s'inverse, les forces de pression atteignant un degré tel qu'elles en renversent l'effondrement en faisant littéralement "rebondir" la matière vers l'extérieur. Le point de non retour semble quant à lui correspondre à l'avènement de l'horizon car la gravitation devient alors si intense qu'elle surpasse tout. La présence et le lieu de l'horizon s'avèrent difficiles à définir précisément de façon mathématique cette définition exigeant en fait un examen du comportement à l'infini. D'où l'idée d'une surface piégée au caractère plus local, la présence dans l'espace-temps de cette surface piégée constituerait la condition d'un effondrement inexorable. (J'ai donné une définition simplifiée de ce qu'est une surface piégée). La singularité se révèle comme une frontière future du genre

espace pour la partie intérieure de l'espace temps. Le Big Bang joue un rôle ressemblant à l'inversion dans le temps de ce phénomène, puisqu'il agit comme une frontière passée du genre espace. C'est surprenant, car nous avons tendance à imaginer le Big Bang comme un *point* singulier.



Nous avons ici les graphes de $R(t)$ pour les modèles de Friedmann, d'abord avec $\Lambda = 0$ a) $K > 0$ b) K $= 0c)K < 0$, puis avec $\Lambda > 0$ pour le cas d) (qui concerne $K = 0$ seulement. $R(t)$ est une certaine fonction de t paramètre de “temps cosmologique", donnant la taille de l'univers au temps t. Dans un univers à deux dimensions spatiales, une représentation est celle de la surface d'un ballon de baudruche en train d'être gonflé. Chaque point de la surface s'éloigne de tous les autres au fil du temps, et il n'y a aucun “point central". La surface du ballon est censée représenter tout l'univers, ainsi le centre du ballon n'en fait-il pas partie.

On note $d\Sigma^2$ la métrique de l'une de ces 3-géométries et pour les cas $K \neq 0$ on normalise la métrique qui devient celle de la 3-sphère *unité* ou de l'espace hyperbolique *unité*. La métrique pour l'espace-temps complet peut s'écrire $ds^2 = dt^2 - R^2 d\Sigma^2$. Si on précise ici, comme noté ci-dessus, le rôle paradigmatique des trous noirs, on dira que l'on peut voir le problème des singularités au sein des trous noirs comme *l'inverse temporel de celui posé par le Big Bang*. Toute courbe causale partant de l'intérieur de l'horizon doit finir si on la prolonge le plus loin possible dans le futur, sur la singularité centrale. De même dans n'importe lequel des modèles de Friedmann toute courbe causale dans le modèle complet, si on la remonte le plus loin possible dans le passé, se termine, en fait retrouve son origine dans le Big Bang. Il me semble que nous avons ici un des fonds essentiels de l'orientation du travail de Penrose.

On a donc, comme je le disais, les graphes de $R(t)$ pour $K = 1, 0, -1$, respectivement d'après le modèle de “l'univers de poussière" sans pression avec $\Lambda = 0$. En d) on regarde ce qu'il se passe en présence d'une constante cosmologique $\Lambda > 0$, toutes les courbes pour les différentes valeurs de K se ressemblant beaucoup (dans le cas $K > 0$ Λ est choisie suffisamment élevée pour empêcher l'effondrement final. Le rythme de l'expansion finit par être exponentiel !

On pourrait considérer si on oublie le caractère plus local du trou noir- que les deux situations sont *de facto* les inverses temporelles l'une de l'autre. Or -c'est là toute la question- le Deuxième Principe de la thermodynamique ne peut que nous faire penser qu'il n'en est rien, car l'entropie du Big Bang est *a priori* extraordinairement basse comparée à celle d'un trou noir. La question est celle de cette divergence.

11.1 Un complément sur la réflexion de Penrose toujours suivant l'analogie trous noirs / Big Bang

Pouvons-nous nous fier aux modèles - les modèles de Oppenheimer et Snyder d'une part, et les modèles cosmologiques de Friedmann hautement symétriques d'autre part- ? Les hypothèses qui fondent l'image de l'effondrement gravitationnel décrite par Oppenheimer et Snyder sont fondées sur les *symétries sphériques* et le modèle idéal spécifique de la matière constituant le corps en effondrement supposée *sans pression.* Les monèles cosmologiques de Friedmann (la symérie sphérique s'applique également à tous les modèles FLRW. D'où le doute de Penrose *a priori* de la capacité de ces modèles idéaux à rendre compte de l'effondrement (ou de l'explosion) inévitable de la matière dans les conditions extrêmes en Relativité Générale.

Penrose explique que ces deux hypothèses l'ont préoccupé très tôt (1964) dès que son intérêt pour les questions de l'effondrement gravitationnel a été éveillé. C'est, rapporte-t-il, une question soulevée par John Wheeler à la suite de la découverte d'un objet (quasar 3C 273) dont la brillance et la variation indiquaient la présence possible d'un "trou noir". À la suite des travaux des deux physiciens Evgeny Mikhailovich Lifshitz et Isaak Markovich Kalatnikov on pensait qu'en général, en l'absence de symétrie quelconque, un effondrement gravitationnel ne pouvait pas engendrer de singularité spatio-temporelle.

Penrose avait utilisé cette approche dans l'étude du modèle stationnaire de l'Univers pour voir s'il était compatible avec la Relativité Générale, et il a montré que la cohérence ne serait maintenue qu'au prix de la supposition d'énergies négatives. Il a utilisé ces techniques inspirées de la géométrie conforme d'espace-temps et il a dû examiner également les propriétés de localisation des systèmes de rayons lumineux. Et c'est alors qu'il a examiné la question de l'effondrement gravitationnel. Et comme nous l'avons déjà noté, il a pu définir un point de non-retour de l'effondrement. Cette question est liée à l'avènement de l'horizon. Et selon Penrose elle est liée également à l'idée d'une surface piégée.

Une surface piégée est un exemple de ce que l'on appelle aujourd'hui une condition "quasi-locale". On affirme la présence d'une 2-surface topologique du genre espace fermée (une 2-sphère topologique) dont les normales de lumière dirigées vers le futur sont, à la surface, toutes convergentes. Dans *tout* espace-temps, il y a des parties locales d'une 2-surface du genre espace dont les normales ont cette propriété, donc la condition n'est pas locale ; une surface fermée surgit seulement lorsque ces parties peuvent s'assembler pour former une surface fermée (i. e. une topologie compacte).

Penrose a établi un théorème prouvant l'existence obligatoire de singularités lors d'un tel effondrement gravitationnel, à condition que l'espace-temps satisfasse quelques conditions "raisonnables". L'une d'elle dit que dans le cadre de la Relativité Générale, le *flux d'énergie* à travers un rayon lumineux ne peut jamais être négatif. La deuxième condition est que le système entier doit pouvoir évoluer à partir d'une surface spatiale Σ-ouverte (dite "non compacte"). Le prolongement vers le passé de toute courbe causale située dans le futur de Σ coupe Σ. La troisième condition est qu'une singularité représente simplement une rupture dans la continuité régulière de l'espace-temps qui se prolonge à l'infini vers le futur en accord avec les hypothèses précédentes.

Je rappelle que J. Robert Oppenheimer et son étudiant Hartland Snyder ont proposé le scénario d'un effondrement similaire à celui de la figure, en le présentant comme une solution exacte des équations d'Einstein. Avec des hypothèses simplificatrices, la plus importante étant celle de symétrie sphérique interdisant tout "tourbillon asymétrique". Ils ont supposé que la nature de la matière de l'étoile pouvait être raisonnablement approximée par un fluide sans pression. (“la poussière” en RG"). Sur ces bases Oppenheimer et Snyder ont trouvé que l'effondrement interne se poursuit simplement jusqu'à ce que la densité de la matière devienne infinie en son centre. Ce point central porte le nom de *singularité spatio-temporelle.* Là s'arrête la physique einsteinienne.

12 Les solutions de Penrose encore une fois.

Aux époques ultimes de l'expansion de l'Univers seule la structure *conforme* de l'espace-temps est physiquement pertinente. Reprenons la description très littéraire que nous livre Penrose. Lorsque, dit-il, l'Univers entre dans cette phase -qu'on pourrait très bien baptiser l' "ère de l'ennui profond", plus rien d'intéressant ne semble se produire. Les événements les plus marquants antérieurs ont été les "pop" [27] des derniers minuscules résidus de trous noirs qui, dit-il, ont fini par disparaître après avoir progressivement perdu toute leur masse dans le processus de rayonnement Hawking. "Nous sommes les témoins des dernières heures de notre grand Univers terrifiés, à la pensée d'un ennui apparemment interminable- un Univers qui a semblé autrefois si excitant, bourdonnnant d'une activité aux innombrables facettes...tout finira par s'éteindre".

C'est alors que Penrose a eu son idée majeure, à la suite de ses méditations : qui sera là pour mourir d'ennui tout au long de cette fin apparemment interminable ? Il s'agira principalement de particules sans masse. Et pour celles-ci le temps ne s'écoule pas. Une telle particule peut même atteindre l'éternité (i. e. $\mathcal{I}^+$) sans le moindre tic-tac de son horloge interne. Et, ajoute Penrose, "on pourrait dire que "l' éternité n'est pas un problème " pour une particule sans masse". [28]

L'existence d'une masse au repos étant semble-t-il, un ingrédient nécessaire pour construire une horloge on perd la capacité à mesurer le temps dès lors qu'il ne reste plus rien de massif. Les particules au repos sont affectées non pas par la métrique de l'espace-temps mais par la structure conforme (ou de cônes de lumière). Et pour des particules sans masse l'hypersurface $\mathcal{I}^+$ représente une région de leur espace-temps et *rien ne les empêche a priori de pénétrer dans un prolongement hypothétique de cet espace-temps de l'autre côté de* $\mathcal{I}^+$. Et des raisonnements mathématiques puissants de Helmut Friedrich renforcent -voire démontrent-la possibilité effective d'un prolongement conforme dans le futur de l'espace-temps.

Si l'on conjoint cette proposition mathématique avec celle qui porte sur la physique de l'hypersurface du Big Bang en accord avec celle de Tod on a ainsi *à la fois* $\mathcal{I}^+$ *et* $\mathcal{B}^-$ *doivent permettre de prolonger de façon régulière l'espace-temps conforme vers des régions situées au-delà de ces hypersurfaces. Et les contenus matériels de chaque côté sont constitués pour la plupart d'une substance sans masse dont le comportement physique est gouverné par des équations invariantes conformes.*

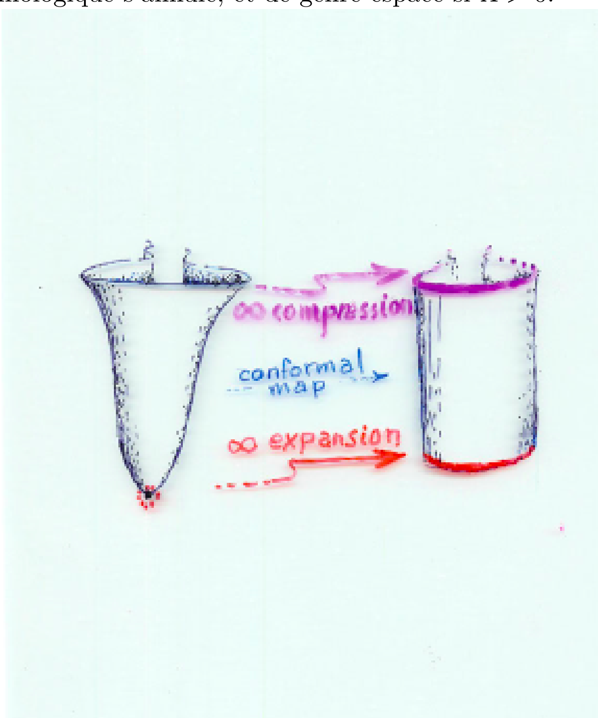
Nous avons ici, parfaitement élaborée, la solution de Penrose. L'idée essentielle est celle du prolongement qui rompte avec le mystère dont il a fait état pendant tout le début de son livre, *Les cycles du temps.* De nombreux problèmes restent ouverts dans ce nouveau cadre

27. L'expansion exponentielle de l'Univers débouchera, si elle se poursuit indéfiniment, sur un refroidissement considérable du fond cosmologique, et on peut s'attendre à ce que la température de ce dernier chute jusqu'à atteindre celle des trous noirs même les plus massifs. À ce moment le trou noir se mettra à rayonner son énergie dans l'espace environnant, et perdant son énergie, il perdra aussi sa masse, Cette perte de masse s'accompagnera d'une hausse de la température et après un temps considérable, 10^{100} années, il s'amenuisera jusqu'à disparaître dans un "pop". C'est là une remarquable théorie, que rapporte Penrose. L'explosion ultime possédant une énergie guère supérieure à celle d'un obus d'artillerie.

28. Penrose *ibid.* p. 138-139.

qui nous fait faire un bond en avant. Pour bien préciser sa position il faut d'abord refuser l'idée que $\mathcal{I}^+$ et $\mathcal{B}^-$ soient une seule et même hypersurface. Sa proposition est qu'il *existe* une région physique de l'espace-temps antérieur à $\mathcal{B}^-$ et que cette région correspond au futur lointain d'un univers précédent et qu'il existe *également* une phase d'univers physiquement réel qui s'étend au-delà de notre $\mathcal{I}^+$ ce dernier devenant le big bang de la nouvelle phase. La phase qui débute par notre $\mathcal{B}^-$ et qui s'étend jusqu'à notre $\mathcal{I}^+$, l'*éon* actuel.

Commençons à décrire plus en détail la solution schématique que propose Penrose et qui correspondait à la situation de la cosmologie en général. Les hypothèses suivantes peuvent toujours être appliquées dans le cas des modèles FLWR homogènes isotropes. On reprend : une mise à l'échelle conforme de la métrique peut être appliquée pour écraser le futur infini de sorte qu'il devienne une frontière finie future $\mathfrak{F}$ pour l'espace temps (vu comme une variété conforme) où $\mathfrak{F}$ est une 3- surface conforme, qui est nulle (genre lumière) si la constante cosmologique s'annule, et de genre espace si $\Lambda > 0$.



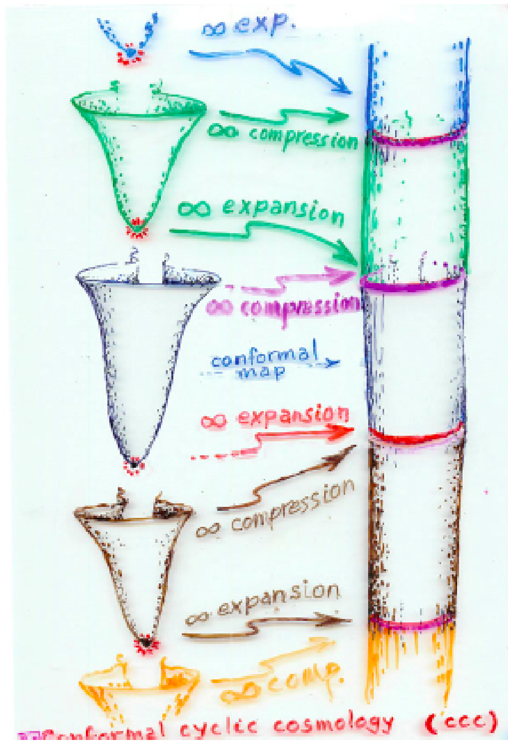
Je poursuis rapidement la description de la solution de Penrose. Il y a un procédé habituel pour étudier le comportement asymptotique des champs sans masse qui peuvent être examinés comme des quantités géométriques ou algébriques en $\mathfrak{F}$. L'autre procédé opposé est d'étendre le big bang (on remarque l'absence de capitales) de ces modèles cosmologiques par une autre mise à l'échelle conforme de la métrique, de sorte qu'elle devient une frontière passée finie $\mathcal{B}^-$ pour $\mathcal{M}$.

$\mathcal{B}^-$ et $\mathfrak{F}$ sont les moyens habituels pour comprendre les horizons cosmologiques, la nature spatiale de $\mathcal{B}^-$ nous dit qu'il y a des horizons particuliers et le $\mathfrak{F}$ de genre temps nous conduit à des horizons événements. [29] Il est notable que Penrose différencie le big bang, ces explosions

29. La théorie des horizons est passablement difficile. L'horizon des événements cosmologiques surgit lorsque le modèle possède une une frontière $\mathcal{I}^+$ de genre espace. C'est le cas des modèles de Friedmann à $\Lambda > 0$. L'horizon des particules surgit lorsque la frontière passée -supposée être une singularité plutôt que repoussée

initiales dans la cosmologie en général et le Big Bang qui fait commencer notre Univers il y a $1,4 \times 10^{10}$ années.

Regardons la figure. [30] Nous avons deux frontières conformes pour un espace-temps $\mathcal{M}$ $\mathfrak{I}$ représentant le point extrêmal (infini) de l'infinité future de $\mathcal{M}$ exponentiellement étendue (de genre temps puisque $\Lambda > 0$) et avec $\mathcal{B}$ représentant la big bang - origine de $\mathcal{M}$).



Il y a une importante distinction entre les statuts logiques de ces deux frontières. D'après un théorème général on sait que sous des conditions très générales quand $\Lambda > 0$, on peut s'attendre à ce qu'il existe $\mathfrak{I}$ lisse c en tant que frontière lisse conforme. D'autre part l'existence d'une frontière passée conformément lisse $\mathcal{B}$ de $\mathcal{M}$ représente une condition très forte sur la nature du big bang de $\mathcal{M}$. Tod a proposé que la véritable existence d'une telle frontière passée lisse $\mathcal{B}$ soit vue comme suivant une proposition plausible comme une restriction mathématique sur le Big Bang de notre propre Univers, exprimant la nécessité d'une forte restriction sur les degrés de liberté gravitationnels initiaux par quoi nous pouvons concevoir notre Seconde Loi et ce, de la manière dont il apparaît qu'elle s'est produite.

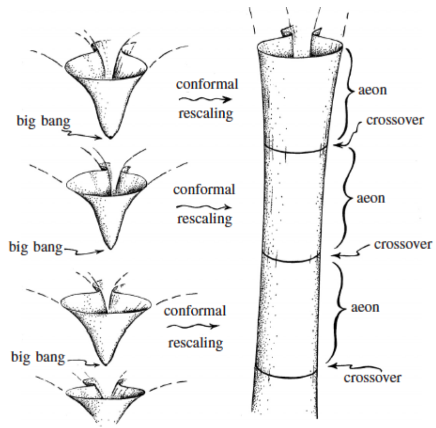
Il s'est agi donc de trouver une "explication" au Second Principe. Supposer que dans la période pré Big Bang le Deuxième Principe opère à rebours du temps c'est ce que Penrose ne veut pas, pas plus que de décréter quelque état spécial lors d'une phase de l'histoire de l'Univers. (il s'oppose à l'idée de rebond).

Considérons l'autre extrémité du temps, à savoir ce qui nous attend dans un avenir extrêmement lointain. Je reprends les descriptions précédentes. D'après les modèles que nous avons vus l'Univers doit finalement se stabiliser sur une expansion exponentielle, modélisée dans

à l'infini- est de genre espace.

30. J'utilise toujours les figures dessinées à la main par Penrose

les diagrammes conformes stricts, caractérisés par une frontière conforme future $\mathcal{I}^+$ du genre espace. Notre Univers possède certaines irrégularités, les trous noirs. Mais ils finiront par disparaître dans des “pops", dont j'ai rapporté le mécanisme dans la note 29.



Lorsque l'Univers entre dans cette phase apparemment finale, que Penrose baptise “l'ère de l'ennui profond" plus rien d'intéressant ne semble se produire. Les événements les plus marquants ont été les “pops" de derniers minuscules résidus de trous noirs qui ont fini par disparaître après avoir progressivement perdu toute leur masse dans le “douloureux et lent" processus que constitue le rayonnement Hawking. Les derniers résidus devront attendre peut-être 10^{100} ans et seront d'une violence égale à celle d'un obus d'artillerie.

13 Les hypothèses de prolongement

Il semble que pour diverses raisons à la fois $\mathcal{I}^+$ et $\mathcal{B}^-$ doivent pouvoir prolonger de façon régulière l'espace-temps conforme vers des régions situées au-delà de ces hypersurfaces. Les contenus matériels doivent pour la plus grande part être constitués de chaque côté d'une substance sans masse dont le comportement doit être gouverné par des équations invariantes conformes.

La CCC de Penrose adopte la proposition très élégante de Tod mais va plus loin en suggérant qu'il y a une continuité conforme de notre propre Big Bang $\mathcal{B}$ à une phase d'univers précédente avant $\mathcal{B}$, dont l'infinité conforme est jointe de manière lisse à $\mathcal{B}$. La CCC soutient que "au-delà" de notre $\mathfrak{F}$ il y aura une continuation lisse conforme au big bang d'une autre phase d'univers. Et cela se poursuit indéfiniment dans les deux directions temporelles. Donc la CCC de Penrose propose que ce que la cosmologie actuelle appelle "l'histoire entière de l'Univers" (mais sans phase primordiale inflationnaire) est juste un éon dans une succession de tels éons qui se poursuit indéfiniment dans les deux directions temporelles.

La continuité de cette matière est assurée à travers ces deux prolongement hypothétiques. Penrose pose la question de savoir si ces $\mathcal{I}^+$ et $\mathcal{B}^-$ sont une seule et même hypersurface. Peut-être notre Univers “boucle-t-il " sur lui-même de sorte que ce qui se trouve au-delà de de $\mathcal{I}^+$ est notre propre Univers redémarrrant à partir de son Big Bang originel s'étirant de façon conforme depuis $\mathcal{B}^-$.

Penrose préfère *sa propre hypothèse*. Il existe une région physique de l'espace-temps antérieure à $\mathcal{B}^-$, cette région correspondant au futur lointain d'un univers précédent. Il existe également une phase d'univers physiquement réel qui s'étend au-delà de notre $\mathcal{I}^+$, ce dernier devenant le Big Bang de la nouvelle phase. Penrose baptise la phase qui débute par notre $\mathcal{B}^-$ et qui s'étend jusqu'à notre $\mathcal{I}^+$ l'éon actuel. Il faut voir l'Univers comme une longue variété conforme consistant en une succession (possiblement infinie) d'éons, chacun de ces éons décrivant l'histoire complète d'un univers en expansion.

Le $\mathcal{I}^+$ de chaque éon s'identifiant au $\mathcal{B}^-$ du suivant le prolongement d'un éon vers le suivant s'effectuant de manière à assurer une transition parfaitement régulière de la structure d'espace temps *conforme*. Comment est-il possible d'identifier un futur lointain où le rayonnement se refroidit et s'étale jusqu'à atteindre une température et une densité nulles à une explosion de type Big Bang dont le rayonnement initial se caractérise par une température et une densité infinies ?

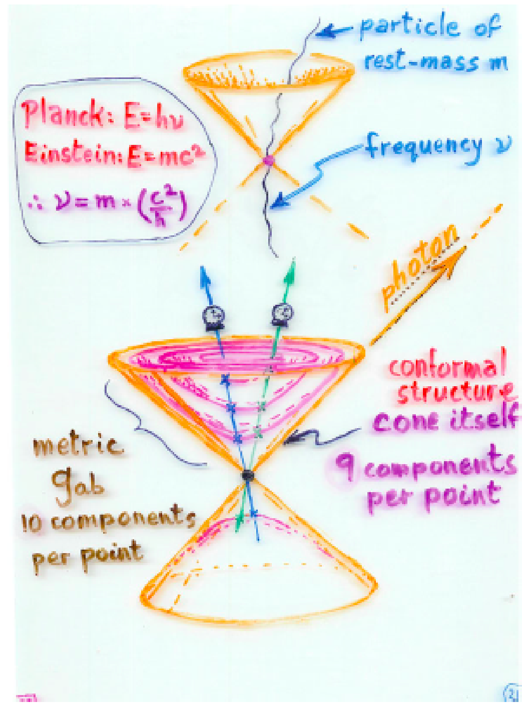
Mais l' "étirement" conforme qui s'opère au moment du Big Bang ramène cette température et cette densité infinies à des valeurs finies tandis que l' "écrasement" conforme à l'infini ramène la densité nulle et les températures vers des valeurs finies. Ce sont des changements d'échelle qui permettent de recoller les deux extrèmités. L'étirement et l'écrasement n'affectent en rien la physique pertinente de part et d'autre. L'espace des phases $\mathcal{P}$ qui décrit la réalité de la totalité de l'activité physique de chaque côté de la transition possède une structure volumique invariante conforme.

Les mesures d'impulsion s'accroissent quand les distances s'accroissent, et ainsi le produit des deux quantités se conserve lors d'un changement d'échelle. Tel est le scénario de la CCC.

Dans un éon l'expansion exponentielle dans le futur lointain joue un rôle qui serait sous plusieurs aspects très similaire à celui d'une phase inflationnaire dans l'éon successeur. Il est possible pour l'information dans chaque éon de passer dans celui qui succède et d'aller influencer les variations spatiales dans le FDC de cet éon. On retiendra que selon la CCC, c'est dans l'expansion exponentielle du futur lointain de l'éon précédent que se produisent des effets tels qu'une entrée invariante d'échelle, qui seraient similaires aux effets de l'inflation. L'idée de placer la phase inflationnaire avant notre Big Bang est due Gasperini, et Veneziano.

Pour faire un portrait plus exact du rôle de ces remises à l'échelle conforme rappelons le rôle important des *cônes de lumière* (ou plus exactement des cônes nuls si nous considérons les cônes de l'espace tangent aux différents points de l'espace tangent). Comme il est habituel en relativité, ils représentent les directions des lignes d'univers des photons (idéalisés classiques). La structure causale de l'espace-temps est définie par eux, en tant que les particules massives sont contraintes d'avoir leurs lignes d'univers dirigées dans les cônes et les particules sans masse le long des cônes.

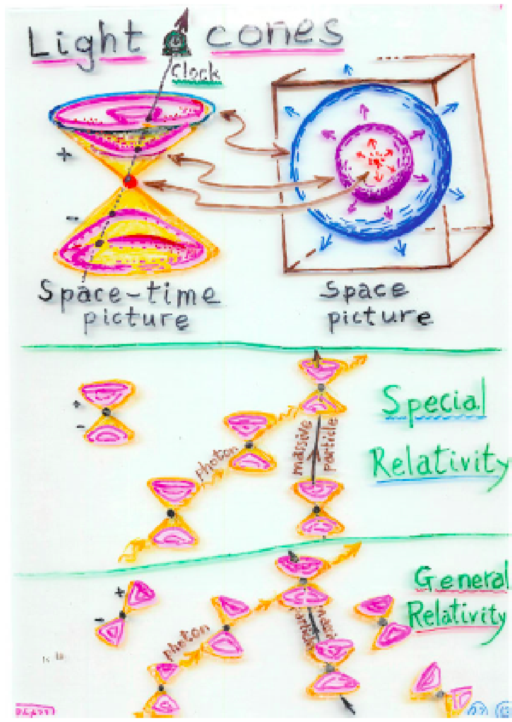
La structure métrique de l'espace-temps est principalement déterminée par ces cônes mais non entièrement. Ils déterminent, je suis ici entièrement les expressions de Penrose, la structure *conforme* de l'espace temps- en d'autres termes le tenseur métrique g_{ab} à proportionnalité près- celle-ci étant donnée par 9 composantes indépendantes par points, qui sont les rapports des 10 composantes métriques en chaque point.



13.1 Remarques sur la métrique

La métrique pleine dont dépend la relativité générale d'Einstein requiert 10 composantes et il nous faut quelque chose pour déterminer l'échelle de la métrique. Au lieu de penser la métrique en termes de distance, il est plus pertinent de ne pas spécifier la distance directement mais d'utiliser les mesures du temps, comme c'est plus proche de la physique sous-jacente. La nature nous fournit en effet une excellente notion d'*horloge* primitive grâce à la combinaison des deux équations les plus importantes de la physique du XXè siècle, celle de Planck $E = h\nu$ et celle d'Einstein $E = mc^2$ qui suivant une ligne d'univers d'une particule stable nous donne une fréquence détrminée précisément : $\nu = m \times (c^2/h)$, où m est la masse au repos de la particule.

Les "tics" des diverse horloges identiques supposées en un point de l'espace temps, définissent en ce point le degré de l'emmêlement de la surface hyperbolique (sommet de la figure ci-dessus) ; elles définissent en plus de la structure du cône de lumière, toute la métrique de l'espace-temps. Sur la figure suivante Penrose a ajouté les "encombrements" de ces surfaces infinitésimales aux structures de cônes de lumière que j'avais convoquées précédemment. Cela donne une représentation de la métrique complète qui est la structure nécessaire pour la relativité générale.



Les particules sans masse seules ne peuvent pas être utilisées pour déterminer la métrique de l'espace temps, et seule apparaît nécessaire la structure conforme (cône de lumière) pour leur dynamique. C'est un peu plus précis dans le cas des photons, par le fait que les équations de Maxwell sont complètement invariantes sous remise à l'échelle conforme, où non seulement les équations de champ libre de Maxwell sont invariantes mais aussi la manière dont le champ de Maxwell est influencé par ses sources. C'est ici qu'il nous faut insister sur le fait que la réflexion de Penrose a investi les propriétés de la conformité en profondeur. Il faudrait développer ce point en soi pour souligner les divers arguments où il la fait intervenir.

C'est avec la physique qui enveloppe directement la *masse* d'une manière ou d'une autre que nous rencontrons la rupture de l'invariance conforme. Nous voyons que ce sont les particules avec une masse au repos qui semble nécessaire pour construire une horloge et sans masse nous perdons la capacité de mesurer le passage du temps tout comme celle de mesurer des distances. Nous paraissons disposer d'une physique basiquement invariante conforme. L'autre endroit où la métrique entière g_{ab} est nécessaire plutôt que juste la structure conforme, est dans la théorie *gravitationnelle* de la relativité générale d'Einstein. Ici le rôle crucial de la masse se trouve dans le fait que la masse est la source du champ gravitationnel (analogue à la charge électrique qui est source du champ électrique).

Donc, près du "Big Bang" peut-être bien plus tôt que "le temps de Higgs" quand la température de l'Univers était si forte que les masses au repos des particules devenaient irrelevantes, leurs énergies excédant de beaucoup la masse-énergie de la particule de Higgs, la théorie standard enseigne que toutes les poarticules étaient dépourvus de masse, à l'instar du photon. On peut s'attendre à ce que l'invariance conforme des physiques libres de la masse au repos soit appropriée pour décrire ce qui se passe au voisinage du Big Bang. Si l'on supprime largement les degrés gravitationnels de liberté (ce que l'on trouve en apparence au voisinage du Big Bang) le portrait conforme apparaît comme un portrait approprié et ainsi nous pouvons étendre cette description en arrière aux conditions initiales 3-surface $\mathcal{B}$ et peut-être même au-delà au futur lointain de l'éon précédent.

De quoi a l'air le futur lointain d'un éon ? La première question à traiter est la présence de nombreux trous noirs dans cet éon. Puisqu'ils ont tous des singularités en eux qui agissent comme les frontières d'un futur espace temps pour les observateurs tombés [31] à travers leurs horizons. Ces frontières sont un désordre complet et il n'y a aucun moyen de les considérer comme étant conformément étendues dans le futur d'une manière lisse, car une telle extensibilité est prise comme un critère de basse entropie gravitationnelle, en accord avec la proposition de Tod. Cependant, puisque nous regardons vers le futur très lointain, nous devons prendre en compte selon Penrose toujours, que quand l'expansion de l'éon le refroidit à une température plus basse même que les températures de Hawking des plus grands trous noirs supermassifs et donc les plus froids, les trous noirs seront alors donc les "choses les plus chaudes aux alentours" et perdront graduellement leur énergie et donc leur masse par la radiation de Hawking. Cette perte de masse est continue, le trou devenant d'autant plus chaud qu'il devient plus petit jusqu'à ce qu'il disparaisse dans un ultime "pop", explosion insignifiante à l'échelle astrophysico-cosmologique.

14 Quelques remarques sur l'idée d'une entropie cosmologique.

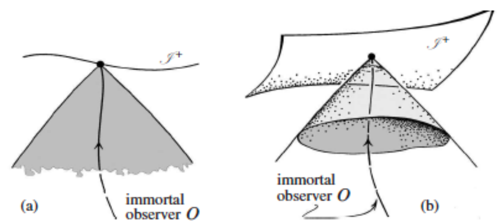
Il me faut faire quelques remarques sur une question que Penrose discute de façon originale. Celle d'une entropie cosmologique éventuelle. Elle émerge de l'existence d'*horizons des événements* lorsque $\Lambda = 0$.

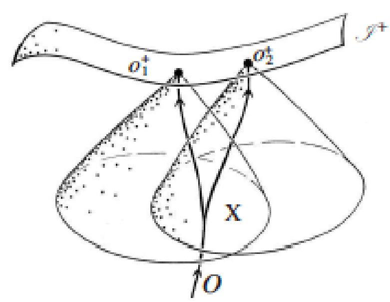
On le voit, l'argument principal qui plaide en faveur d'une entropie cosmologique semble être une procédure mathématique élégante mais purement formelle fondée sur un prolongement analytique. Ici Penrose met l'accent sur la question des relations entre les mathématiques ici la géométrie analytique et son modèle cosmologique. Cette théorie ne s'applique, comme l'explique notre auteur, qu'à des espaces-temps parfaitement symétriques comme l'espace de De Sitter $\mathbb{D}$ dans le modèle. Pour expliquer le problème Penrose examine l'effet *Unruh* dans l'espace de Minkowski. Il illustre une famille d'observateurs uniformément accélérés - baptisés ıobservateurs de Rindler - qui selon l'effet *Unruh* ressentiraient une température absolument minuscule pour toute valeur de l'accélération même s'ils se déplaçaient dans le vide absolu. On peut très bien en observant l'"horizon futur" $\mathcal{H}_0$ de ces observateurs pouvoir par souci de cohérence avec l'existence de la température et avec les hypothèses de Beckenstein-Hawking sur les trous noirs, associer une entropie à $\mathcal{H}_0$. La situation se rapproche de ce qui se passe au voisinage immédiat d'un trou noir très massif, $\mathcal{H}_0$ coïncidant localement avec l'horizon du trou noir et, pour filer cette comparaison, les observateurs de Rindler correspondent alors aux "observateurs auparavant maintenus de façon stationnaire au voisinage à proximité du trou". Ces observateurs "ressentent" la température de Hawking locale. Un observateur inertiel en chute libre ne l'éprouve pas, l'entropie totale associée à $\mathcal{H}_0$ doit être infinie si on transporte cette image de $\mathbb{M}$ vers l'infini. Je rappelle que $\mathbb{M}$ désigne l'espace-temps entier.

Toute discussion portant sur l'entropie et la température des trous noirs comporte des considérations globales.

31. Je rappelle ici l'exposition oragnisée par Marc Lachièze-Rey et Jean-Pierre Luminet qui imaginait un voyage dans un trou noir je renvoie à leur publications, par exemple Les trous noirs en 100 questions du second auteur, éditions Tallandier 2022 ou bien Les trous noirs éditions du Seuil Paris 2017

Il faut encore éclaircir la situation des horizons. L'entropie cosmologique qui émerge de l'existence d'*horizons des événements cosmologiques* lorsque $\Lambda > 0$. Je rappelle que des horizons des événements cosmologiques surgissent lorsque le modèle possède une frontière $\mathcal{I}^+$ du genre espace, ce qui est le cas de tous les modèles de Friedmann à $\Lambda > 0$. L'horizon des événements cosmologiques est le cône de lumière passé issu du point ultime o^+ de l'observateur immortel O. On peut admettre comme principe que de tels horizons peuvent être traités de la même manière que les horizons des trous noirs et Penrose donne la formule de Beckenstein-Hawking qui calcule l'entropie. $S_A = \frac{1}{4}A_A$ en unités de Planck où A_A est la surface de la coupe spatiale de l'horizon dans la limite d'un futur très lointain. Cette formule pose de nombreuses difficultés que Penrose expose. [32]



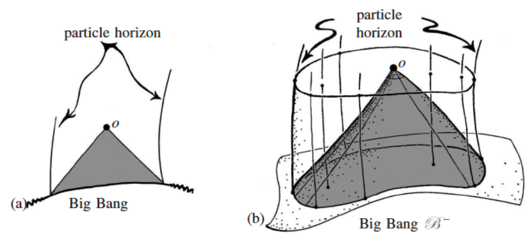


Sur ces figures Penrose a indiqué pour les dimensions 2 et 3 la région de l'espace-temps en principe observable par un observateur O (considéré comme immortel) avec une ligne d'univers se terminant en un point o^+ sur $\mathcal{I}^+$. L'horizon des événements de cet observateur $C^-(o^+)$ est le cône de lumière passé de o^+. Tout événement qui se produit en dehors de $C^-(o^+)$ demeurera toujours inobservable par O.

La deuxième figure montre l'horizon des événements de l'observateur immortel O qui représente une frontière absolue des événements potentiellement observables pour O. Cet horizon dépend lui-même du choix de l'histoire de O.

Soit o un événement position spatio-temporelle d'un observateur donné O soit $C^-(o)$ le cône de lumière passé de o et considèrons son intersection avec $\mathcal{B}^-$. Toute particule issue de $\mathcal{B}$ hors de cette intersection ne pénétrera jamais la région visible pour l'observateur situé en o. Il est ainsi courant de considérer que l'*horizon des particules* réel de l'événement o est le lieu délimité par des lignes d'univers idéales de galaxies issues de l'intersection de $C^-(o)$ et de $\mathcal{B}^-$.

32. R. Penrose, *ibid.* p. 183



Un tel horizon des événements cosmologiques $\mathcal{H}_\Lambda$ qui apparaît quand $\Lambda > 0$ ressemble à l'horizon de Rindler $\mathcal{H}_0$.[33] En prenant la limite quand $\Lambda \to 0$ $\mathcal{H}_\Lambda$ devient effectivement un horizon de Rindler mais de façon globale. Ce résultat est cohérent avec la formule de l'entropie $S_A = 3\pi/\Lambda$ qui conduit à $S_0 =: \infty$ mais qui pose la question de la réalité objective de cette entropie puisque cette valeur ∞ semble avoir une signification "un peu moins objective" dans le cas d'un espace de Minkowski.

Des horizons des particules surgissent lorsque la frontière *passée* supposée être une singularité plutôt que repoussée à l'infini est de genre espace. En fait, ajoute Penrose, une structure de genre espace est la norme pour des singularités spatio-temporelles, ce que l'on peut deviner à partir des diagrammes conformes stricts reproduits ci-dessus.[34]

15 Remarques conclusives provisoires

La cosmologie de Penrose est une puissante construction qui s'insère dans la cosmologie contemporaine dont elle décèle les difficultés auxquelles elles propose de remédier. Il est remarquable qu'elle se fonde sur une réflexion non moins profonde sur la thermodynamique. Il a par ailleurs par nécessité contribué au développement (ou posé des questions à) d'une cosmologie quantique puisqu'il s'est aventuré dans des espaces où la RG ne vaut plus, ou pas encore.

Il est tout aussi important de souligner que la réflexion de Penrose est profondément ancrée dans la géométrie complexe tant dans les fondements élémentaires de celle-ci que dans ses développemens plus difficiles auxquels, par ailleurs, il a contribué.

Selon Penrose l'importance des nombres complexes- ou plutôt de l'holomorphie ou de l'analyticité- pour les fondements de la physique est "bel et bien à voir comme une chose naturelle". Si nous poussions plus avant l'analyse nous noterions que la condition habituelle que les observables quantiques soient décrites par des opérateurs normaux et dans la nature unitaire (plutôt que simplement linéaire) de l'évolution quantique- ces deux notions dépendent de la notion de conjugaison complexe $z \to \overline{z}$. La propriété de l'orthogonalité entre états n'est pas une propriété holomorphe. Holomorphe veut dire ici qui peut se développer suivant une série et peut donc approximer un objet, mais aussi qui a un conjugué complexe dont la dérivée est nulle. Ce qui lui donne la souplesse d'un objet qui peut servir à en examiner un autre de façon précise.

Nombre de propriétés sont liées à des propriétés des nombres complexes. La propriété

33. les observateurs de Rindler sont des observateurs uniformélment accélérés qui, selon l'effet Unruh, ressentiraient une température absolument minuscule pour toute valeur atteignable de l'accélération) même s'ils se déplaçaient dans le vide absolu.

34. Je rappelle qu'il y a deux sortes de diagrammes les diagrammes conformes stricts et les diagrammes conformes schématiques. Ces diagrammes utilisent des ingrédients des représentations conformes des espaces-temps, rendent finies des quantités infinies.

d'hermiticité est liée à la condition habituelle (mais remarque Penrose) pas totalement nécessaire que le résultat des mesures soit des nombres réels. Et l'unitarité à la propriété que “la probabilité " soit conservée. Si bien qu'une amplitude complexe z peut être convertie en une probabilité conformément à l'opération non holomorphe

$$z \mapsto \overline{z}z.$$

Ces propriétés ne sont pas approfondies ici. Orthogonal veut dire à angle droit mais dans des espaces de la théorie de la relativité des vecteurs peuvent être orthogonaux à eux-mêmes.

Il existe une corrélation entre les nombres complexes et la géométrie spatiale. Celle-ci est évidente pour la mécanique quantique d'une particule de spin $1/2$, dont les différents états possibles correspondent aux différentes directions spatiales, grâce à la notion de sphère de Riemann.[35]. La sphère de Riemann intervient aussi pour des particules de spin plus élevé, grâce à la représentation de Majorana. Et toute sa théorie de l'espace-temps est liée à la théorie des twisteurs que je n'ai pas fait intervenir dans cet exposé et qui révèle sa richesse graduellement dans les interventions qu'elle produit.

La géométrie complexe joue un rôle clé dans la CCC dont nous avons donné un aperçu. Dans la CCC l'idée est alors, en simplifiant de considérer que très près du Big Bang dans un intervalle de temps inférieur à 10^{-12} se code pour des températures supérieures à 10^{17} K, la physique devient indépendante du facteur d'échelle Ω, les processus physiques s'opérant dans une structure conforme qui se résume à la géométrie conforme. La physique était donc insensible aux changements d'échelle locaux.

C'est alors que Penrose introduit ses propositions mathématiques. On imagine une représentation conforme dans laquelle on étire le Big Bang pour le transformer en une 3-surface $\mathcal{B}^-$de type espace complètement régulière qui se prolonge mathématiquement dans un espace-temps conforme *avant* le Big Bang, on peut faire remonter l'activité physique à rebours dans le temps de façon mathématiquement cohérente et ainsi disposer d'un image physique pertinente[36] apparemment insensible aux changements d'échelle effectués jusqu'à cette hypothétique région près du Big Bang selon la théorie de Tod, collègue de Penrose.

L'hypothèse de Tod consiste à dire, tel que le résume Penrose (l'hypothès de courbure de Weyl), qu'il existe une surface tridimensionnelle $\mathcal{B}^-$, représentant le Big Bang qui se comporte comme une frontière régulière de l'espace-temps $\mathcal{M}$ vers le passé. $\mathcal{M}$ est alors considéré comme une variété conforme tout comme les modèles à symétrie exacte FLRW. La proposition de Tod contraint a minima $\mathbf{C}$ à être fini au Big Bang, puisque la structure conforme au Big Bang en $\mathcal{B}^-$ est supposée régulière et donc contrainte à ne pas diverger de façon sauvage.

Considérons ce qui se passe à l'autre bout du temps. Dans un avenir extrêmement lointain notre Univers doit se stabiliser sur une expansion exponentielle que des diagrammes conformes modélisent bien. Ils sont caractérisés par une frontière conforme future $\mathcal{I}^+$ de genre espace. Notre Univers possède lui aussi des irrégularités locales comme la présence de trous noirs massifs situés au centre des galaxies.

Des particules sans masse non affectées qu'elle semblent être par la nature métrique de l'espace temps, le sont plutôt par sa structure conforme. Et ii y a l'hypersurface ultime $\mathcal{I}^+$ qui représente une région de l'espace-temps de ces particules apparemment semblables à toutes les autres, et *rien ne les empêche de pénétrer dans un prolongement hypothétique de cet espace temps conforme de l'“autre côté" de* $\mathcal{I}^+$.

35. p. e. p. 927 *The Road to Reality*
36. Penrose *ibid.* p. 136

Le recours aux théorèmes de prolongement provient des articles de Helmut Friedrich. Il a montré "Cauchy problems for the conformal vacuum field equation in General Relativity" (Einstein's equation and conformal structurer in Hugget, S. M. Mason, I.J. Tod, K.P. Tsou, S.T. Woodhouse, N.M.J. eds *The Geometric Universe. Science Geometry and the Work of Roger Penrose*, Oxford University Press 1998.) et montre la possibilité d'un prolongement conforme dans le futur de l'espace-temps. Ici les mathématiques nous indiquent la forme -elles la prescrivent même-permettant de concevoir le prolongement nécessaire.

De plus Penrose a ajouté un champ qu'il appelle champ fantôme, c'est un champ invariant conforme sans masse auto-couplé. Sa présence dont nous usons dans les calculs, dans la métrique, nous garantit la liberté d'échelle dont nous avons besoin pour pouvoir transformer la métrique physique en une métrique régulière, g_{ab}, reliée de façon conforme à la métrique régulière d'Einstein, qui couvre de manière régulière toute la transition d'un éon à l'autre. On voit que Penrose ménage en quelque sorte un registre mathématique (pure) sur lequel il peut exprimer une transition régulière d'un éon à un autre. Des résultats puissants de Helmut Friedrich nous permettent de nous attendre à ce que la frontière conforme future $\mathcal{I}^+$ et $C^\wedge$ soit une conséquence plus ou moins automatique d'un modèle en expansion indéfinie dont les champs gravitationnels sans masse se propagent selon des équations invariantes conformes.

Une fois comprise la profondeur de la structure géométrique, on peut comprendre qu'elle est en attente de nouvelles observations qu'elle rend possibles. Une conséquence de la CCC (il y en a d'autres !) est que les masses des particules au repos doivent finir par disparaître, durant les immensités de l'éternité si bien que dans la limite asymptotique toutes les particules y compris les particules chargées soient de masse nulle. Si la vitesse de disparition de tous les divers types de particules sont en proportion de leur masse on devrait avoir dans les faits une décroissance de la constane gravitationnelle. Ce qui n'a pas été testé. On devrait pouvoir tester le rayonnement gravitationnel lors de la rencontre de deux trous noirs. Chaque trou noir devrait dévier la trajectoire de l'autre de façon à provoquer l'émission un rayonnement gravitationnel. Celui-ci peut emporter une proportion importante de lénergie du couple de trous noirs et réduit leur mouvement relatif. Il peut se produire également une perte énergétique sous la forme d'ondes gravitationnelles. Cette rencontre se produirait dans l'éon qui précède le nôtre. Voilà donc des exemples possibles de perte de masse.

Les deux trous noirs s'engloutissent l'un l'autre jusqu'à ne former qu'un trou noir unique et une gigantesque émission d'ondes gravitationnelles qui emporte une proportion non négligeable de la masse combinée des deux trous noirs. La théorie attend des développements de ce côté. Ce sont là des suppositions- il en est d'autres- pour expliquer la disparition des masses ce qui reste néanmoins un problème à résoudre.

15.1 La CCC réflexions philosophiques succinctes

Cette réflexion cosmologique suscite une réflexion philosophique. D'abord la reprise de la cyclicité du temps, thème grec s'il en est, induit une métaphysique de la répétition qui affecte l'histoire du cosmos. Cosmos immensément loin de nous, les hommes, et extraordinairement proche. On sait que le fait que le cosmos possède une sorte d'histoire a pu changer notre rapport à l'histoire humaine. Mais le fait que cette histoire soit conçue sur le mode de la répétition semble paradoxal. Qu'est-ce qu'un événement qui se répète et qui n'en finit pas de se répéter ? Dans le même sens la répétition nous impose de réviser notre conception de l'irréversible. Alors la question de la conservation des signatures d'un éon à l'autre qui reste certes abstraite dans la mesure où l'histoire humaine (la Terre) y est portion négligeable, n'en affecte pas moins toutes les projections que nous pouvons faire de notre destinée.

Bibliographie

Barsuglia M. *Les vagues de l'espace-temps* Dunod 2019

Darrigol O. *Atoms Mechanik and Probability*, Ludwig Boltzmann's Statistical Mecanics .Writings. An Exegesis. Oxford 2018.

Hawking S., Ellis G. *The Large Scale Structure of Space Time* Cambridge, Cambridge University Press 1973.

Kant E. *Critique de la Raison Pure*, 1781, 2è éd. 1787, Trad. Barni J., revue par Archambaut P. Garnier Flammarion Paris 1976.

Merleau-Ponty, J. *Cosmologie du XX è siècle* Gallimard Paris 1965.

Penrose, R. *Les deux infinis de l'esprit humain* Flammarion Paris 1999, trad. Omnès R., de *The Large, the Small and the Human Mind*, Cambridge 1977.

Penrose R. *À la découverte des lois de l'Univers* La prodigieuse histoire des mathématiques et de la physique Ed. Odile Jacob Traduit de l'anglais par Céline Laroche Paris 2007 *The Road to Reality.* A Complete Guide to the Laws of the Universe Jonathan Cape 2004.

Penrose R. *Les cycles du temps* ed. Odile Jacob Paris 2013 *An Extraordinary New View of the Universe* Vintage Book 2010.

Les particules et l'Univers, la rencontre de la physique des particules de l'astrophysique et de la cosmologie sous la direction de Audouze J., Musset P., Paty M. PUF Paris 1999.

Rifkin J, Howard T. *Entropy - A new world view* , Viking Press New York , 1980 trad. polonaise Baczynska B. Entropia, Katowice 2008.

Szczeciniarz J. J. *La cosmologie comme science spéculatve ou comme théorie philosophique scientifique* in Formes et origine de l'Univers, Dunod Paris 2010.

Szczeciniarz, J. J. *Some Remarks on Penrose Diagrams* in Boi L., Lobo C. eds. When Form becomes Substance, Birkhuser 2022.