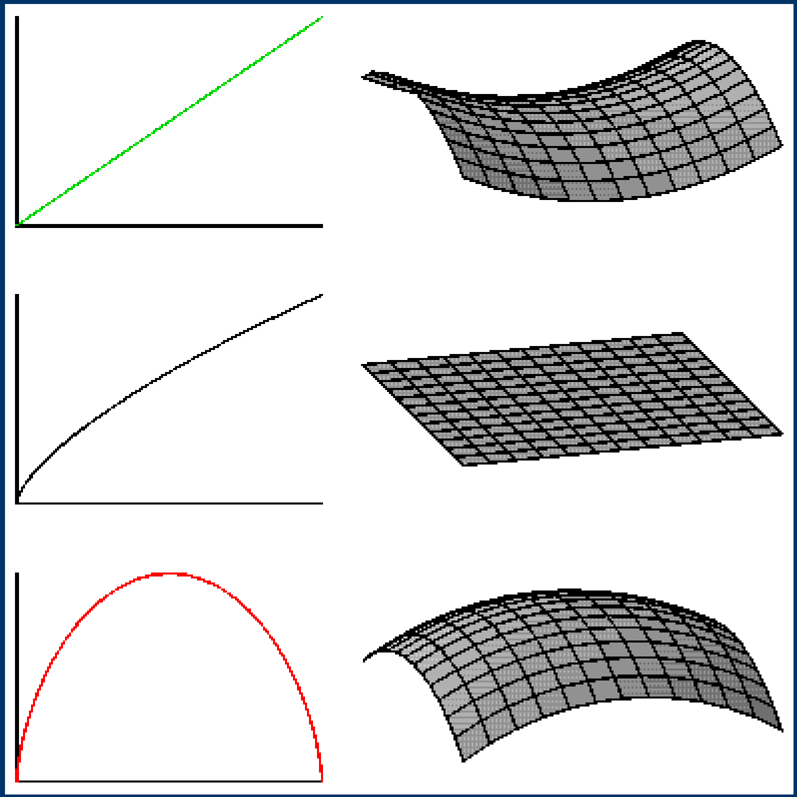
Cosmologie: Troisième partie

Adapté du cours du Pr Edward Wright (avec son aimable autorisation)

Courbure spatiale, platitude et âge , horizon

Courbure Spatiale



Une conséquence de la Relativité est que la courbure de l'espace dépend de ρ/ρ_{crit}. Ce rapport est appelé $\Omega = \rho/\rho_{crit}$.

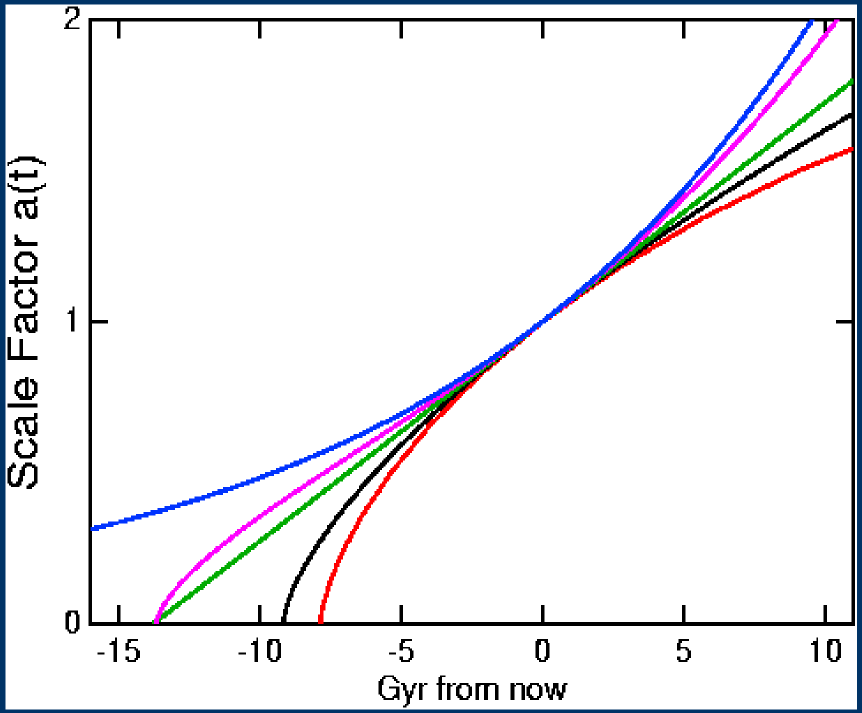
Pour $\Omega < 1$, l'univers a une géométrie courbée négativement, une géométrie hyperbolique.

Pour Pour $\Omega = 1$, l'univers a une géométrie Euclidienne ou géométrie plate.

Pour $\Omega > 1$, l'Univers a une géométrie à courbure positive, une géométrie sphérique. Nous avons vu que le cas correspondant à une densité zéro a une géométrie hyperbolique du fait que les strates temporelles [à temps constant] en coordonnées de la Relativité Restreinte sont des hyperboloïdes.

La figure ci dessus représente les trois cas de courbure et leur courbes a(t) associées en supposant la constante cosmologique $\lambda = 0$, ce qui n'est pas le cas dans le modèle adopté aujourd'hui . $\Omega > 1$ correspond toujours à une sphère mais elle peut s'étendre indéfiniment bien que la densité soit > 1 du fait du caractère répulsif de λ.

Age de L'univers



L'âge de l'Univers dépend de Ω_o et de H_o.

Pour $\Omega = 1$, cas de densité critique, le facteur d'échelle vaut: $a(t) = (t/t_o)^{2/3}$ et l'âge de l'Univers est $t_o = (2/3)/H_o$

Pour le cas de densité zéro (univers de Milne), $\Omega = 0$, et $a(t) = t/t_o$ avec $t_o = 1/H_o$

Si $\Omega_o > 1$, l'âge de l'Univers est même plus petit que $(2/3)/H_o$.

La figure ci dessus montre le facteur d'échelle fonction du temps mesuré à partir de maintenant pour $H_o = 71$ *km/sec/Mpc* et $\Omega_o = 0$ (vert), $\Omega_o = 1$ (noir), et $\Omega_o = 2$ (rouge) avec $\lambda = 0$, le modèle WMAP avec $\Omega_m = 0.27$ et $\Omega_v = 0.73$ (magenta) et le modèle stationnaire avec $\Omega_v = 1$ (bleu). L'âge de l'Univers est respectivement *13.8, 9.2, 7.9, 13.7* et ∞ *Ga* dans ces *5* modèles. La re-contraction du modèle avec $\Omega_o = 2$ se produit quand l'Univers est 11 fois plus vieux qu'il n'est aujourd'hui, et comme toutes les observations indiquent $\Omega_o < 2$, nous avons au moins *80* milliards d'années avant un éventuel grand écrabouillage (Big Crunch).

L'age de l'univers

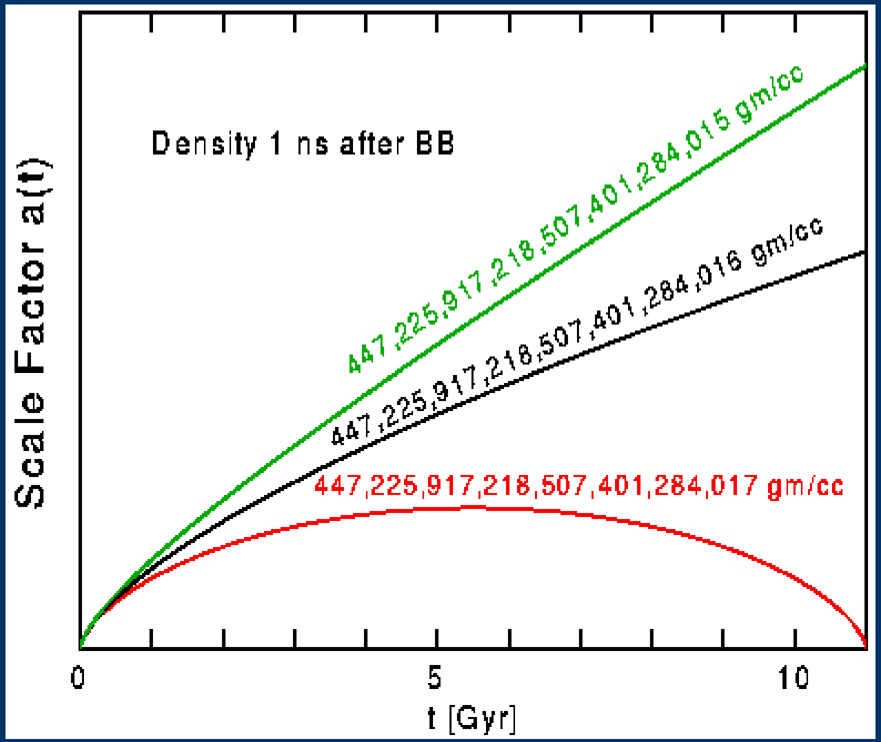
H_o*t_o est un nombre sans dimension qui vaut *1* si l'Univers est vide (ou presque) ou *2/3* si l'Univers a une densité critique. En 1994 Freedman *et al* trouvèrent $H_o = 80 +/- 17$ avec $t_o = 14.6 +/- 1.7\ Ga$, nous trouvons que $H_o*t_o = 1.19 +/- 0.29$.

Ceci semble privilégier un Univers vide mais une erreur égale à *2* fois l'écart standard vers le bas nous amène au cas critique.

Comme l'âge des amas globulaires utilisés avant et que la valeur de H_o dépendent de l'échelle de distance de la même manière, une erreur résidant dans l'échelle de distance pourrait influer largement sur la valeur de H_o*t_o.

En fait des données récentes du satellite HIPPARCOS suggèrent que la distance des Céphéides devrait être augmentée de *10%* et par conséquent l'âge des amas globulaires réduit de *20%*. Si nous prenons la dernière valeur du HST pour $H_o = 72+/- 8$ (Freedman *et al* 2001) et la dernière estimation de l'âge des amas globulaires $t_o = 13.5 +/- 0.7\ Ga$, nous trouvons $H_o*t_o = 0.99 +/- 0.12$, ce qui est compatible avec l'univers vide mais aussi avec un univers en accélération ce qui est le modèle retenu aujourd'hui.

Le Problème de la platitude et de la longévité de l'Univers



Cependant si $\Omega_o > 1$, l'univers l'expansion de l'Univers va s'arrêter et s'inverser, et alors Ω va tendre vers l'infini. Si $\Omega_o < 1$, l'univers va s'étendre sans fin et la densité va décroître plus vite que la densité critique donc Ω va devenir de plus en plus petit. Donc $\Omega = 1$ est une valeur limite instable dont le moindre écart a tendance à s'amplifier et il est étonnant qu'il soit si proche de *1* maintenant

La figure ci dessus montre *a(t)* pour trois modèles de densité différentes au temps *1* nanoseconde après le Big Bang. La courbe noire représente la densité critique = *447 225 917 218 507 401 284 016 gm/cc*. Ajouter seulement *1 gm/cc* à ces *447* sextillion gm/cc ferait que le Big Crunch se produirait maintenant. Retirer *1 gm/cc* donne un modèle avec un Ω qui est bien plus faible que ce que nous observons.

Problème de la platitude

Donc la densité, *1* ns après le Big Bang était incroyablement proche de *1* (écart =*1 / 447* sextillion). Plus on remonte dans le temps pire c'est (jusqu'à 10^{-59}!) .

Si la densité est un poil trop élevée, l'univers se re-contracte illico.

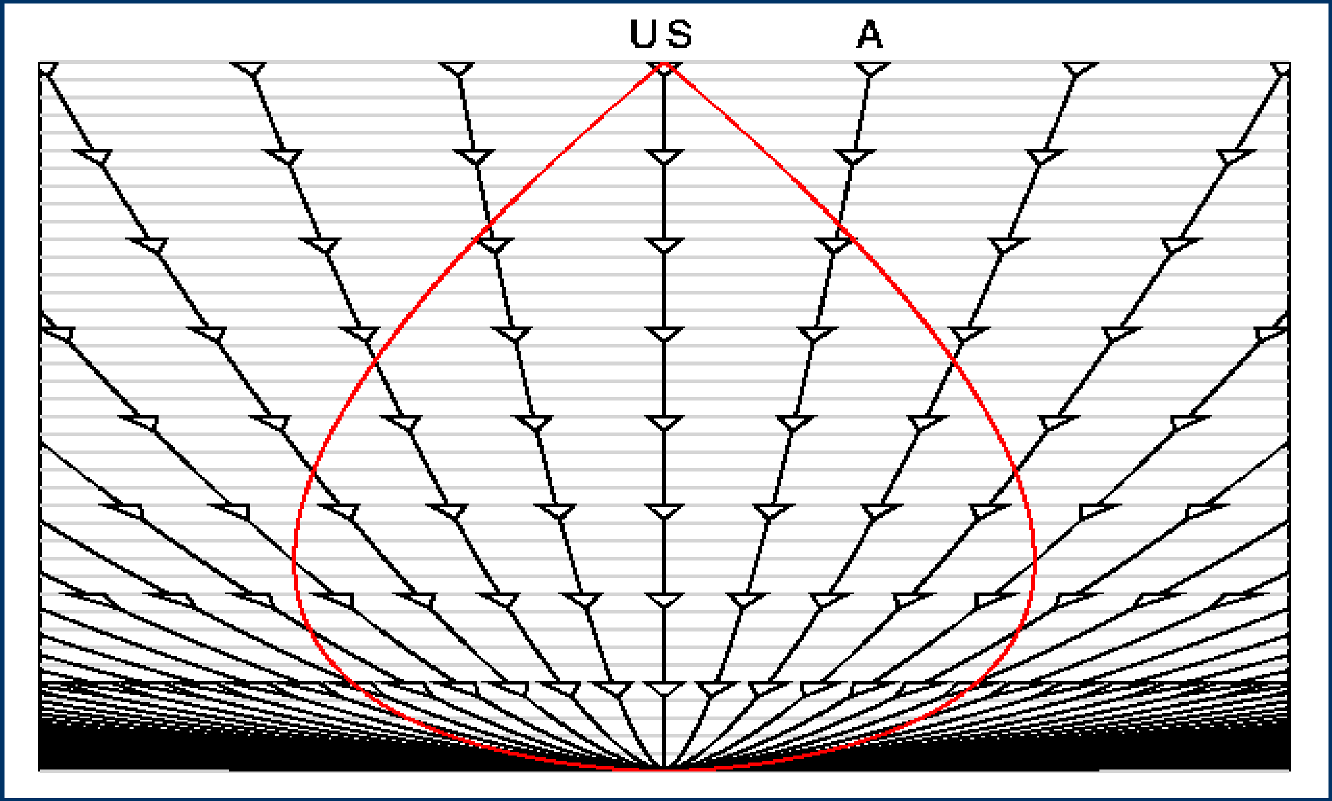
Ceci est appelé le problème de la longévité de l'Univers.

Comme la densité critique correspond à une géométrie plate, cela est aussi appelé le problème de la platitude ou problème de platitude et de longévité.

Quel que soit le mécanisme qui a produit cette densité critique, il a bien fonctionné et ce serait une coïncidence remarquable si Ω_o valait près de 1 mais pas exactement *1*.

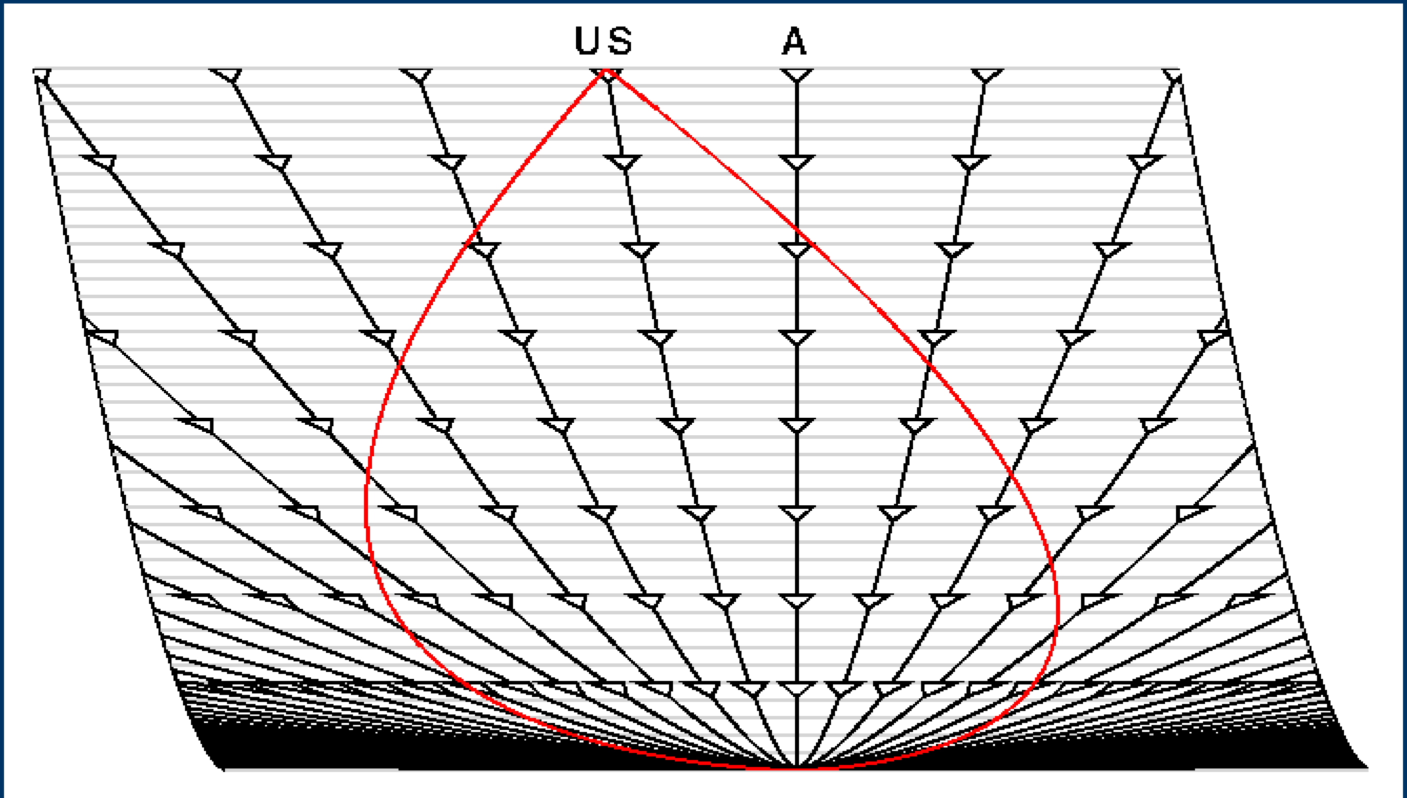
[Comme une valeur exacte est incompatible avec la physique cela nous conduira à rechercher une autre solution: l'inflation].

Diagrammes d'espace temps



Le modèle correspondant à une densité critique est représenté ci dessus Remarquons que les lignes d'univers sont maintenant courbées du fait de la gravitation qui provoque un ralentissement de l'expansion. En fait chaque ligne d'univers est proportionnelle à $a(t)$, qui vaut $A*(t/t_o)^{2/3}$ pour $\Omega_o = 1$, où A est une constante. La courbe rouge en forme de poire correspond à notre cône du passé (modelé en poire par l'expansion).

Diagrammes d'espace temps



Le diagramme précédent était tracé de notre point de vue (notre galaxie est au "centre" du diagramme), mais comme l'Univers est homogène, ce diagramme est identique du point de vue de n'importe quel galaxie . Comme le montre le diagramme ci dessus, représenté du point de vue de la galaxie de ligne d'univers A. (Si on assimile ceci à un "château de cartes" vu par la tranche, alors dans ce cas, le" château de cartes" est incliné!).

Commentaires sur ces diagrammes

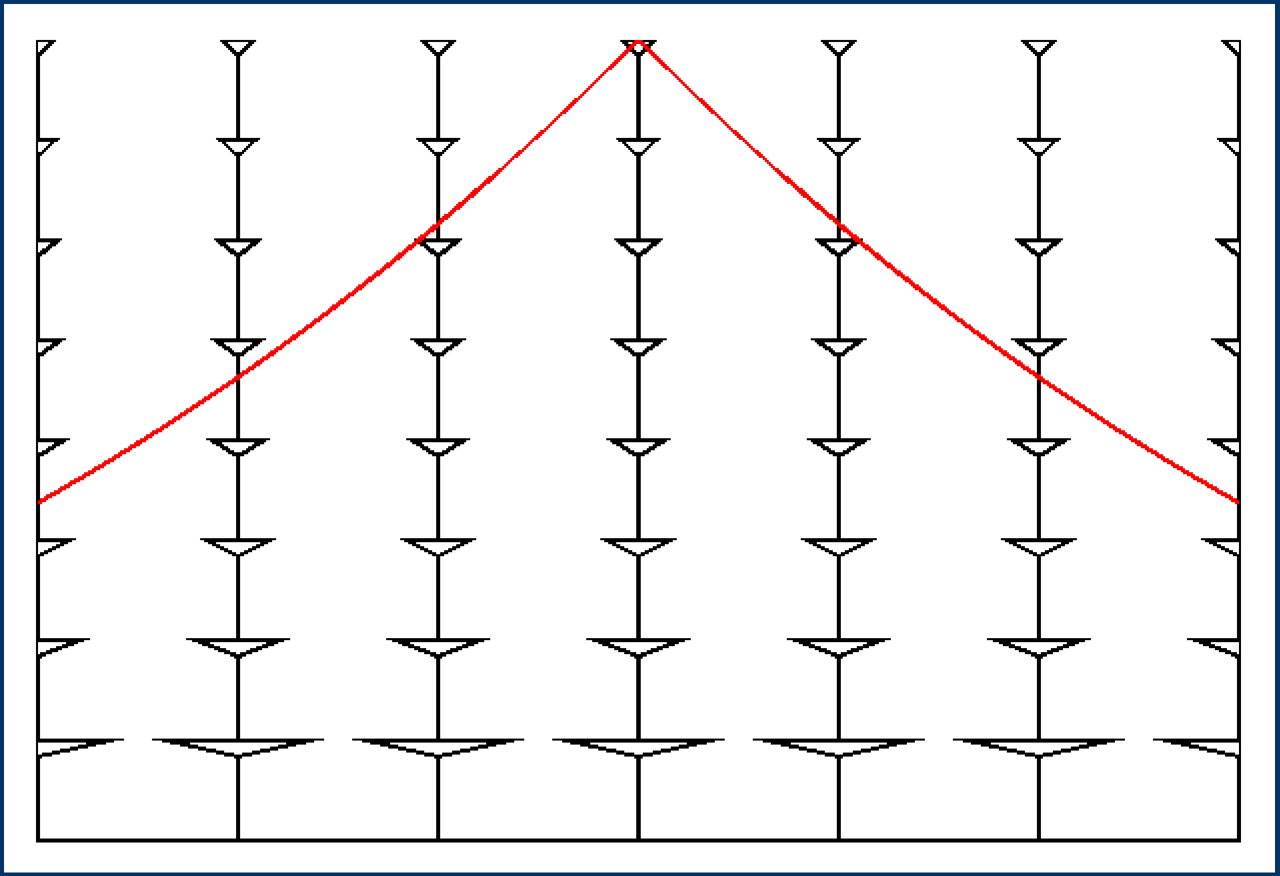
Remarquons que ce n'est pas une transformation de Lorentz, et que ces coordonnées ne sont pas celles de la Relativité Restreinte où la transformation de Lorentz est applicable.

La transformation galiléenne qui peut être faite en inclinant les cartes de cette manière exige que le dessus du "château" reste droit, et en aucun cas la transformation de Lorentz ne peut être ainsi faite car il n'y a pas de temps absolu.

Mais dans les modèles cosmologique, nous avons le temps cosmologique, qui est le temps propre écoulé depuis le Big Bang, mesuré par les observateurs co-mobiles et il peut être utilisé pour construire un tel château de cartes.

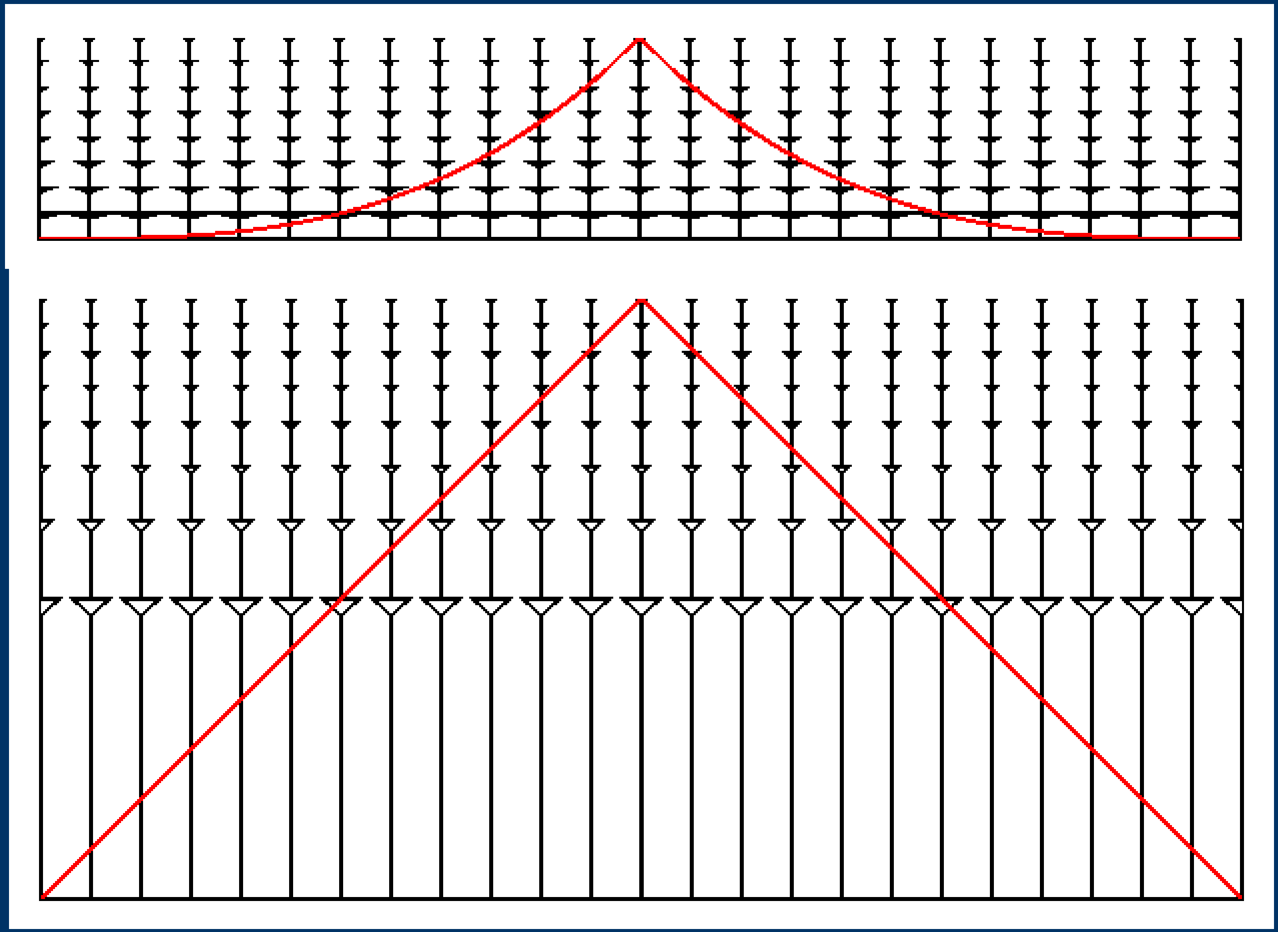
La gravitation présente dans le modèle implique un espace temps courbe impossible à représenter sans distorsion dans un espace temps plat. Si chaque système de coordonnées représente de façon distordue l'Univers, nous pouvons aussi bien utiliser un système de coordonnées qui nous convient et matérialiser la distorsion par l'enveloppe des cônes de lumière.

Diagrammes dans d'autres coordonnées



Quelquefois il est intéressant de ne pas visualiser l'expansion, ce que montre le diagramme d'espace temps ci dessous où la coordonnée spatiale a été divisée par a(t). Ici les lignes d'univers des galaxies sont verticales.

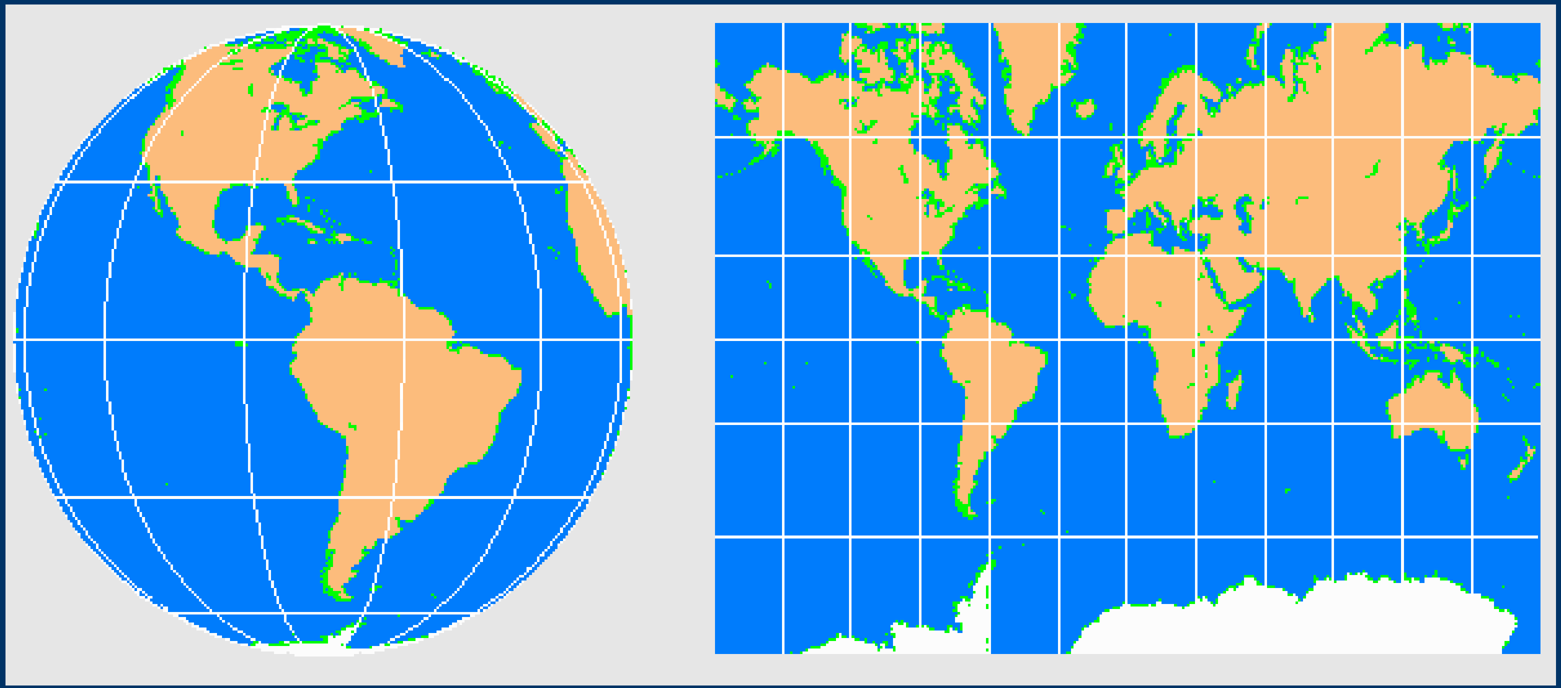
Diagrammes dans d'autres coordonnées



Cette division a eu pour effet de dilater notre cône de lumière du passé, retraçons le pour montrer ce que cela donne Si nous étirons l'axe des temps lorsqu'on remonte vers le big bang, nous obtenons le diagramme d'espace temps suivant qui a un cône de lumière du passé non déformé.

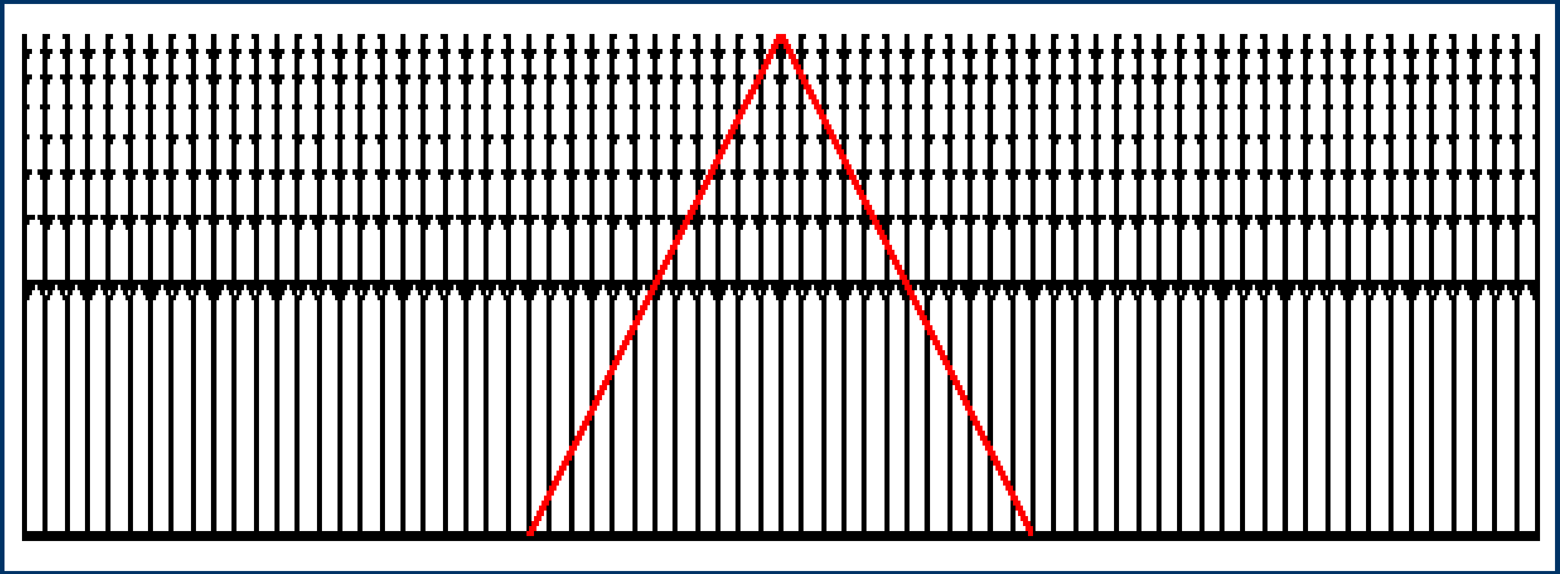
Ce type de diagramme d'espace temps est appelé diagramme d'espace temps " conforme" et comme il est très distordu il est facile de voir où la lumière va.

Diagrammes dans d'autres coordonnées



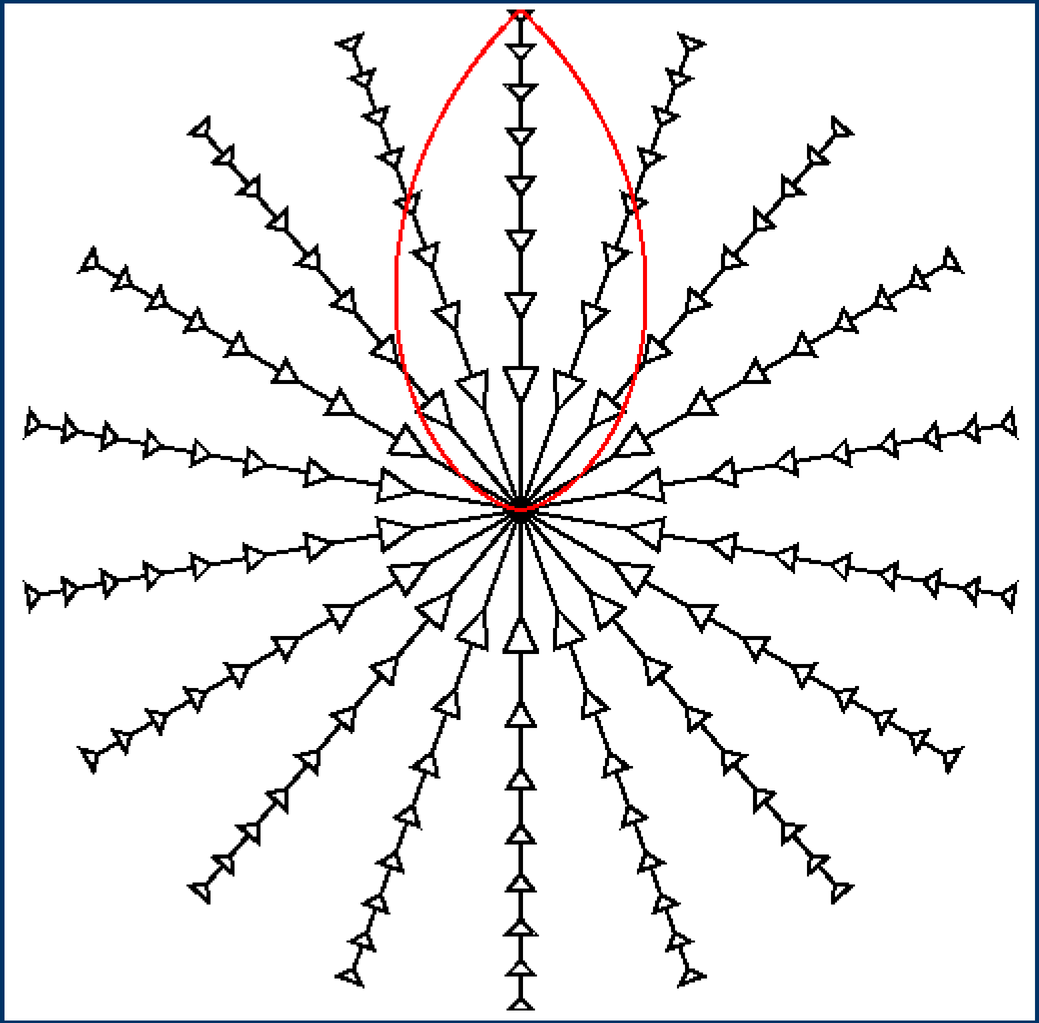
Cette transformation est analogue à celle opérée en géographie pour obtenir la projection de Mercator représentée à droite ci dessous. Remarquons qu'un cap "Sud- Est" constant est une ligne droite sur la projection de Mercator, ce qui est équivalent à avoir des cônes de lumière du passé "euclidiens" sur le diagramme d'espace temps conforme..

Diagrammes dans d'autres coordonnées



Rappelons aussi que pour $\Omega_o = 1$, l'espace temps s'étend à l'infini , donc le diagramme d'espace temps conforme s'étend au delà de notre cône de lumière du passé, comme montré ci dessus.

Diagrammes dans d'autres coordonnées



On peut aussi utiliser d'autres coordonnées. On peut associer une coordonnée angulaire à la coordonnée spatiale (coordonnées polaires). Dans ce cas le changement de point de vue d'observateur est très simple. La symétrie de la situation est évidente, comme on le voit sur le diagramme ci contre. Un modèle avec $\Omega_o = 2$ (qui est en fait "rond") est tracé ainsi avec $a(t)$ comme coordonnée radiale. Le cône de lumière du passé d'un observateur atteint la moitié de l'univers dans ce modèle.

Problème de l'Horizon

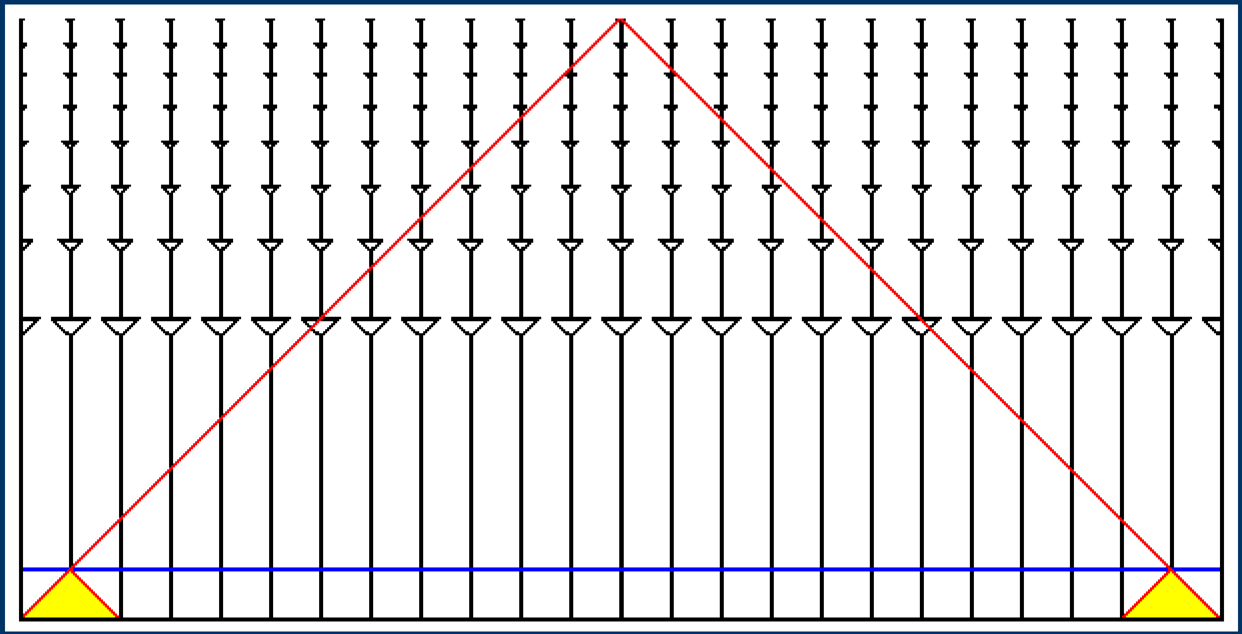
Le diagramme d'espace temps "conforme" est un bon outil pour décrire la signification de l'anisotropie observée du RFC.

L'univers était opaque avant que les électrons et les protons se combinent pour former des atomes d'hydrogène quand la température tomba sous les *3 000 K* à un décalage vers le rouge $1+z = 1090$. Après cela les photons du RFC ont pu voyager librement dans l'Univers devenu transparent que nous observons aujourd'hui. Donc la température du RFC d'un point donné du ciel devait être déterminée au moment où les atomes d'hydrogène ont été formés, habituellement appelé re-combinaison, encore que combinaison serait plus approprié du fait que c'était la première fois [on dit aussi découplage].

Comme les longueurs d'onde du RFC suivent la même loi d'échelle que les distances intergalactiques vis à vis de l'expansion de l'Univers nous savons que $a(t)$ devait être de *0.0009* au découplage. Pour le modèle avec $\Omega_o = 1$, ceci implique que $t/t_o = 0.00003$, donc pour t_o d'environ *14 Ga*, ce temps est environ de *380 000* ans après le Big Bang.

L'étirement de l'axe des temps, qui se traduit par un agrandissement de cette petite période de l'histoire de l'Univers, dans le diagramme "conforme" est très appréciable pour mieux l'examiner en détail.

Problème de l'horizon



Le diagramme conforme ci dessus a exagéré l'agrandissement encore plus, en prenant le décalage vers le rouge à la recombinaison égal à $1+z = 144$, ce qui est matérialisé par la ligne bleue. Les régions en jaune sont les cônes du passé des évènements qui sont dans notre cône du passé au moment du découplage Tout événement ayant un lien causal avec la température du RFC de la partie gauche du ciel se trouve dans le cône en jaune à gauche. Itou pour la partie droite, en remplaçant gauche par droit. Ces régions n'ont aucun évènement commun, mais les deux températures sont égales à *0,01%* près Comment est ce possible? C'est ce qu'on appelle le problème de l'horizon en Cosmologie